

Simulation der Himmelfarben

Das helle Blau des Tageshimmels, das Morgen- und Abendrot, das tiefe, satte Blau der "Blauen Stunde", die gelb- bis grünlichen Färbungen des Himmels in Richtung des Westhorizontes beim Sonnenuntergang oder die verschiedenen Farbtöne der horizontnahen Sonne und des auf- oder untergehenden Mondes lassen sich mit den Methoden der Physik und Physiologie simulieren. Damit eröffnet sich ein qualitativer Zugang zur Bewertung der Mächtigkeit der Physik in der Beschreibung natürlicher und alltäglicher Phänomene. Die "leidenschaftslose Berechnung" von Farben und Farbverläufen lässt sich durch den Vergleich mit der "leidenschaftlichen Beobachtung" der Himmelfarben verifizieren. Ergebnis des Wechselspiels zwischen der Formelphysik und der Sinneswahrnehmung ist eine neue Sicht auf den luftgefüllten farbigen Himmelsraum und ein intuitives Erfassen seiner Tiefendimension anhand der dort stattfindenden Streueignisse.

von Burkard Steinrücken

*Westfälische Volkssternwarte und Planetarium Recklinghausen
steinruecken@sternwarte-recklinghausen.de*

Einleitung

Die Natur bringt eine unermessliche Fülle von Erscheinungen zustande. Sie zu beschreiben, und ihr Vorkommen auf der Basis universell gültiger Naturgesetze zu erklären, ist Aufgabe der Naturwissenschaften. Zu diesem Zweck werden zahlreiche Experimente durchgeführt, die einzelne Aspekte des Naturverhaltens unter ansonsten kontrollierten Versuchsbedingungen offen legen. Wird aber eine solche analytische Vorgehensweise, zumeist auf der Basis von Laborexperimenten, der Lebenswirklichkeit gerecht? Können die mathematisch-physikalischen Naturgesetze tatsächlich immer eine Hilfe sein, wenn man sich den Naturwirklichkeiten stellt, die sich so sehr von den Laborbedingungen unterscheiden? – Zur Beleuchtung dieser Frage wird im folgenden Aufsatz das natürliche Farbenspiel der Sonne und des Himmels untersucht und durch die zugrunde liegenden physikalischen Erkenntnisse über die Sonnenstrahlung, die Wechselwirkung des Lichtes mit der Materie und die sinnliche Wahrnehmung des Menschen modellhaft beschrieben. Ergebnis dieser Kette von physikalischen und physiologischen Zusammenhängen ist die theoretische Vorhersage von beobachtbaren Farben, die mit eigenen Beobachtungen und Erfahrungen verglichen und bewertet werden kann. Stimmt die beobachtbare Farbe des Sonnenunterganges oder des Himmelslichtes mit der berechneten überein, so hat der Apparat der Physik seine Mächtigkeit auch im Angesicht emotional bewegender Erscheinungen, wie sie die unterschiedlichen Himmelfarben sein können, bewiesen. Die lebensweltliche Ferne der Physik, die ihr oftmals nachgesagt wird, kann vielleicht durch den Nachweis ihrer Tauglichkeit auch in solchen zunächst ganz unphysikalisch anmutenden Fragenstellungen überwunden werden.

Darüber hinaus lassen sich die Veränderungen des Farbenspiels, die sich aufgrund der Variation natürlicher Parameter wie Erdgröße, Luftdichte, Atmosphärenkomposition, Aerosolgehalt und Sonnentemperatur einstellen, näher studieren. Somit sind auch Fragen nach den Himmelfarben auf einem hypothetischen erdähnlichen Planeten in der Nähe eines blauen oder roten Sterns einer qualitativen Untersuchung zugänglich, was die forschende Phantasie weiter anregen kann. Dies ist allerdings nicht Gegenstand dieser Untersuchung. Sie beschränkt sich auf den realen Fall der irdischen Himmelfarben und entwickelt ein möglichst einfaches aber realistisches Modell für deren Berechnung.

Die Entstehung der Himmelfarben durch Lichtstreuung

Die Farben des Himmels entstehen durch die Streuung des einfallenden Sonnenlichtes an den Gasmolekülen, Staub- und Schwebeteilchen in der Atmosphäre. Man unterscheidet drei unterschiedliche Streuvorgänge, die alle einen eigenen Beitrag zur Farbigkeit leisten. Zunächst ist die Lichtstreuung an den Luftmolekülen zu nennen, die für die blaue Färbung des unbewölkten Himmels verantwortlich ist. Die Luftmoleküle, hauptsächlich Stickstoff (N_2) und Sauerstoff (O_2), verhalten sich wie kleine Dipolantennen, wenn das Licht der Sonne auf sie einwirkt. Das elektrische Feld der Lichtstrahlung verursacht eine Schwingung der elektronischen Ladungsverteilung, die die Atomrümpfe der Gasmoleküle umgibt. Blaues Licht vermag die kleinen Dipolantennen besser zu Schwingungen anzuregen als rotes Licht. Rotes Licht geht nahezu ungehindert durch die atmosphärische Schicht von Streuzentren hindurch, während der blaue Anteil der Sonnenstrahlung gemäß der Charakteristik der Dipolantenne in alle möglichen Richtungen wieder abgestrahlt wird, so dass in direkter Einfallrichtung ein Defizit an blauer Strahlung gegenüber den weniger stark geschwächten Farbanteilen zu beobachten ist. Die Rechnung zeigt, dass die Abschwächung des Lichtes in direkter Einfallrichtung von der vierten Potenz der Wellenlänge abhängt. Blaues Licht mit einer Wellenlänge von 350 nm wird demnach 16-mal stärker ausgedünnt als rotes Licht mit einer Wellenlänge von 700 nm .

Das Blau der Himmelsregionen abseits der Sonnenrichtung ist damit ebenfalls eine direkte Folge dieser Lichtstreuung an Luft, auch *Rayleigh-Streuung* genannt, denn es ist die blaue Streustrahlung der schwingenden Luftmoleküle. Lichtstreuung tritt aber auch an den Schwebeteilchen - den sog. *Aerosolen* - der unteren Atmosphäre auf. Das Vorkommen und die Häufigkeit der Aerosole hängt stark von den geographischen und atmosphärischen Umständen ab. Über dem Kontinent ist die Aerosolschicht bezüglich Teilchendichte, Teilchengröße und Höhe wesentlich anders als z.B. im maritimen Klima. Ausbrechende Vulkane schleudern Unmengen von Staub- und Russpartikeln in die Atmosphäre, was sich z.B. weltweit auf die Farbspiele in der Dämmerung auswirken kann. Auch gibt es zivilisatorische Beiträge zum Aerosolgehalt der Atmosphäre, verursacht durch das große Verkehrsaufkommen und industrielle Aktivität.

Die Aerosole leisten folglich einen wichtigen Beitrag zur Lichtstreuung. Da in diesem Aufsatz nicht auf alle möglichen Sonderfälle Bezug genommen werden kann, wird nur ein einfaches Modell zur Beschreibung typischer kontinentaler Aerosolgemische herangezogen. Die Lichtstreuung an den Aerosolpartikeln ist ebenfalls von der Wellenlänge des Lichtes abhängig, wenn auch nicht so stark wie im Fall der Luftstreuung. Man beobachtet nur eine Abschwächung des Lichtes mit einer Wellenlängenabhängigkeit der Art λ^n mit n zwischen 1 und 1,5. Die Lichtstreuung an Schwebeteilchen wird nach *Gustav Mie*, der sich Anfang des 20ten Jahrhunderts mit der Physik dieser Erscheinung befasste, auch *Mie-Streuung* genannt. Rotes Licht wird also auch von den Aerosolen besser durchgelassen als blaues. Ursache für die geringere Variation der Lichtstreuung mit der Wellenlänge ist die Teilchengröße der Aerosolpartikel. Die im Vergleich zu Luftmolekülen wesentlich größeren Teilchen von ca. $0,01$ bis 100 Mikrometern Größe (Luftmoleküle haben einen Durchmesser von ca. $0,5$ Nanometern) verhalten sich nicht wie einzelne Dipolantennen, die in Größe und Eigenschwingungsdauer auf die einfallende Strahlung abgestimmt sind. Sie reagieren unter der einfallenden Strahlung mit dem kollektiven Hin- und Herschlagen ihrer räumlich größer ausgedehnten und komplexen Ladungsstruktur mit nur geringer Abhängigkeit von der Wellenlänge des auffallenden Lichtes, von dem jede Farbkomponente die Ladungsträger des großen Streuzentrums ähnlich zu beschleunigen vermag. Die schwache Wellenlängenabhängigkeit steigt allerdings an, wenn die Streuzentren aus kleineren Aerosolpartikeln bestehen.

Bei noch größeren Streuzentren mit Durchmessern von ca. 100 Mikrometern bis einigen Millimetern verliert sich die Wellenlängenabhängigkeit der gestreuten Lichtintensität gänzlich, was uns durch das diffuse weiße Licht der Wolken anschaulich vor Augen geführt wird. Deren Wassertropfen verhalten sich wie kleine blinde Spiegel, die jede Farbe gleichermaßen in zahllose Richtungen werfen, ohne etwa Blau zu bevorzugen und rot zu benachteiligen.

Die dritte atmosphärische Komponente mit einem Beitrag zur sichtbaren Himmelsfarbe ist die stratosphärische Ozonschicht, die in einer Höhe von ca. 20 km die Erde umgibt. Bekannt ist das Ozon für seine UV-absorbierende Wirkung. Die Ozonschicht übernimmt damit eine Schutzfunktion, denn sie bewahrt die Biosphäre größtenteils vor den schädlichen hochenergetischen UV-Strahlen der Sonne. Das Ozonmolekül O_3 besitzt aber auch im sichtbaren Spektralbereich eine absorbierende Wirkung, die sich im Wesentlichen über den gelben und grünen Wellenlängenbereich erstreckt, die sog. "Chappuis-Absorptionsbande". Lichtwellen dieser Wellenlängen, die auf ein Ozon-Molekül treffen, regen es zu inneren Schwingungen an, so dass in der Durchsicht die Strahlung im gelben bis grünen Spektralbereich abgeschwächt wird. Die angeregten Ozon-Moleküle geben als schwingende Ladungsverteilung ihrerseits das gelbe und grüne Licht in alle Richtungen wieder ab. Im Vergleich zur Rayleigh-Streuung an Luftmolekülen und der Mie-Streuung an Aerosolen liefert die Lichtstreuung an Ozon nur einen geringen Beitrag zur sichtbaren Farbe des Tageslichtes. Die Ozonschicht ist so dünn, dass sie nur eine Schichtdicke von wenigen Millimetern aufwiese, wenn dieses Gas unter den Temperatur- und Druckverhältnissen am Erdboden stünde. Damit ist auch die Abschwächung der gelben und grünen Farbteile gering, wenn tagsüber die Sonne diese feine Schicht in einem steilen Einfallswinkel durchstrahlt. Erst wenn in der Abenddämmerung nach Sonnenuntergang der direkte Lichteinfall auf die umliegenden Luftmassen ausbleibt, kommt die Zeit des Ozons. Es beschert uns die schöne „Blaue Stunde“, die etwa bei Sonnenuntergang beginnt und bis zum Ende der nautischen Dämmerung andauert.

Strategie zur Berechnung von Himmelsfarben

Zur Berechnung der Himmelsfarben nach dem Farbnormsystem der CIE (Commission Internationale de l'Éclairage) für einen Standardbeobachter mit 2° - Gesichtsfeld sind allerdings viele auch stark vereinfachende Zwischenschritte erforderlich. Zunächst ist das „Lichtangebot“ der Sonne hinsichtlich der wellenlängenabhängigen Intensität mathematisch zu beschreiben. Im sichtbaren Wellenlängenbereich folgt die Intensitätsverteilung der Sonnenstrahlung mit guter Annäherung dem Spektrum eines Schwarzen Strahlers mit einer Farbtemperatur von 5780 K. Sie kann in guter Näherung durch die Planck'sche Strahlungsformel beschrieben werden. In der Wellenlängendarstellung lautet sie:

$$I_0(\lambda, T) = \frac{8\pi \cdot h \cdot c}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \quad [I_0(\lambda, T)] = \frac{J_s}{m^3}$$

Die Abschwächung dieses Lichtes auf dem Weg durch die Luft-, Ozon- und Aerosolschicht der Atmosphäre ist jeweils wellenlängenabhängig mit unterschiedlichem Funktionsverlauf. Das Ausmaß der Abschwächung hängt insbesondere auch von der Menge der Streuzentren auf der durchlaufenen Strecke ab. Der durchlaufene Lichtweg S in jeder der Schichten ist getrennt zu berücksichtigen. Diese Wegstrecken werden aus rein geometrischen Prinzipien näherungsweise ermittelt. Sie sind minimal, wenn das Sonnenlicht senkrecht auf den Beobachter einfällt und maximal, wenn die Sonne im Horizont steht und ihr Licht flach über den Erdboden in der Umgebung des Beobachters läuft und dabei eine lange Strecke durch die Atmosphäre zurücklegt. Schließlich wird die Lufthülle mit ihrer exponentiell abfallenden Dichte durch eine homogene Schicht mit einer Skalenhöhe H ersetzt.

Hat das Sonnenlicht die zenitdistanzabhängigen Teilstrecken der Modellatmosphäre, auf denen die Luft-, Aerosol- und Ozonstreuung stattfindet, durchlaufen, so trifft auf das Auge des Beobachters eine wellenlängenabhängige Intensitätsverteilung, die sich von jener des Lichtangebots der Sonne wegen der physikalischen Vorgänge zwischen Sonne und Auge dramatisch unterscheiden kann. Der menschliche Wahrnehmungsapparat verarbeitet den auftreffenden Reiz und im Gehirn entsteht ein Farbeindruck, der den materiellen Körpern, hier der Sonne bzw. den lichtstreuenden Partikeln der Atmosphäre, als eigene physische Erscheinung nicht selbst anhaftet.

Die Farbe lässt sich aus der auftreffenden Intensitätsverteilung rechnerisch ermitteln, da die Sinnesphysiologie einen Zusammenhang zwischen dem physikalischen Reiz und der dadurch ausgelösten Wahrnehmung für einen „durchschnittlichen“ menschlichen Beobachter nachweisen konnte.

Farbberechnungen im CIE-System

Das CIE-Farbnormsystem ist durch physiologische Untersuchungsreihen an einer großen Zahl von Versuchspersonen an die menschliche Farbempfindung angepasst worden. Es nimmt Bezug auf das bei Menschen verwirklichte trichromatische Sehen, bei dem die verschiedensten Farben durch Mischung dreier Grundfarben erzeugt werden.

Für die objektivierte Farbbeschreibung definiert man in einem dreidimensionalen Farbraum die primären Farbvalenzen R (für rot, 700,0 nm), G (für grün, 546,1 nm) und B (für blau, 435,8 nm) als Basisvektoren. Der dreidimensionale Farbraum lässt sich auf eine zweidimensionale Darstellung reduzieren, wenn man die Farbwertanteile r , g und b einführt:

$$r = \frac{R}{R+B+G}, \quad g = \frac{G}{R+B+G}, \quad b = \frac{B}{R+B+G}, \quad r+b+g=1$$

Mit der Angabe von r und g ist auch b nach $r+g+b=1$ gegeben, und die Farbe lässt sich durch das Wertepaar r und g auf einer ebenen Farbtafel eindeutig zuordnen. Bei diesem Verfahren, welches die Farbwertanteile immer auf die Summe 1 normiert, geht allerdings die Helligkeitsinformation verloren, die in den Absolutwerten von R , G und B enthalten ist.

Zur Berechnung von Farben aus den Sinnesreizen, die eine einfallende Intensitätsverteilung auslöst, sind Spektralwertfunktionen zu bestimmen, die eine Zuordnung der physikalischen Einwirkung auf die im gesamten Wahrnehmungsapparat hervorgerufene Reaktion ermöglichen. Im CIE-System werden Spektralwertfunktionen $x(\mathbf{I})$, $y(\mathbf{I})$ und $z(\mathbf{I})$ verwendet (Abb. 1), die sich nicht auf die oben eingeführten Farbbasisvektoren RGB beziehen, sondern auf das System XYZ .

Der Übergang zu einem anderen System von Farbbasisvektoren geschieht durch Koordinatentransformation. Der mathematische Zusammenhang zwischen den System RGB und XYZ lautet:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_R & X_G & X_B \\ Y_R & Y_G & Y_B \\ Z_R & Z_G & Z_B \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} \text{ bzw. } \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_X & R_Y & R_Z \\ G_X & G_Y & G_Z \\ B_X & B_Y & B_Z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

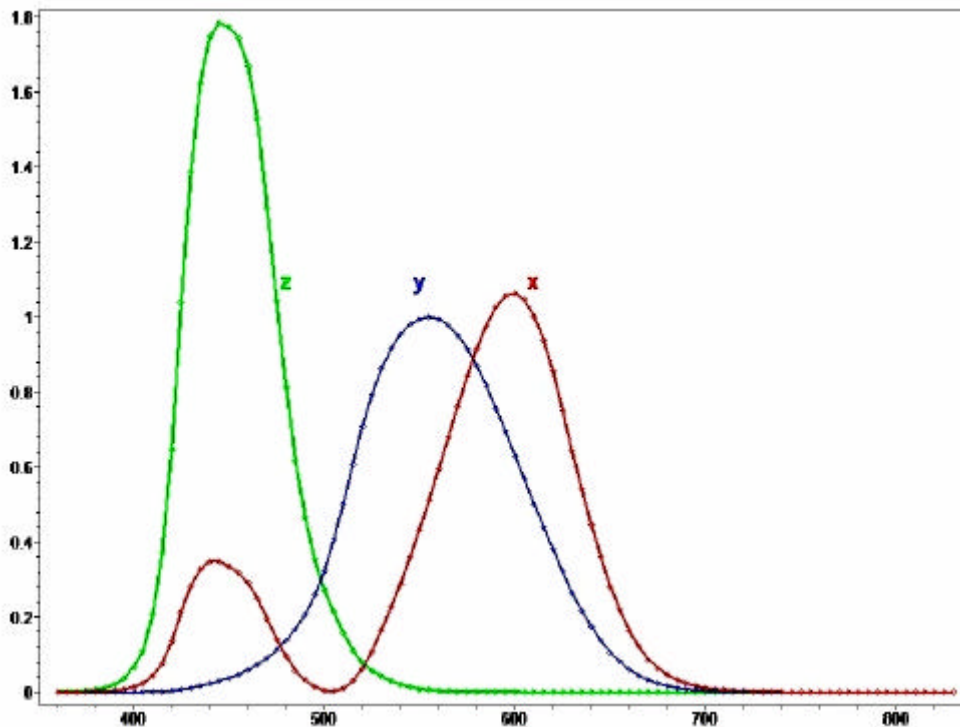


Abbildung 1: Auftragung der drei Farbnormwertfunktionen x , y und z gegen die Wellenlänge.

Die Spektralwertfunktionen $x(\lambda)$, $y(\lambda)$ und $z(\lambda)$ im XYZ-System sind in der Abbildung 1 gegen die Wellenlänge aufgetragen. In diskreten Wellenlängenschritten von 5 nm wird die einfallende Intensität $I(\lambda)$ nun mit den jeweiligen Werten von $x(\lambda)$, $y(\lambda)$ und $z(\lambda)$ gewichtet und aufaddiert:

$$X = k \cdot \sum_i I(\lambda_i) \cdot x(\lambda_i)$$

$$Y = k \cdot \sum_i I(\lambda_i) \cdot y(\lambda_i)$$

$$Z = k \cdot \sum_i I(\lambda_i) \cdot z(\lambda_i)$$

Die Normierungskonstante k , die ein Maß für die Helligkeit ist, berechnet sich zu:

$$k = 100 / \sum_i I(\lambda_i) \cdot y(\lambda_i).$$

Wenn es nicht auf die absolute Helligkeit des Farbeindrucks ankommt, was bei der späteren Darstellung der Sonnen- und Himmelfarben mit dem Computer oder Drucker ohnehin nicht möglich ist, ist die Konstante k ohne Bedeutung. Sie fällt bei der Bestimmung der auf die Summe 1 normierten Größen x , y und z nach

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}, \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z}, \quad z = \frac{Z}{X + Y + Z}, \quad x + y + z = 1$$

ohne wieder heraus. Mit Hilfe der Größen x und y , die über Helligkeitsunterschiede von Farbeindrücken nichts mehr aussagen, lässt sich der berechneten Farbe ein Platz im Farbdiagramm (Abb. 2, entnommen aus [1]) zuordnen. Der Bereich aller wahrnehmbaren Farben wird eingegrenzt durch den Spektralfarbenzug. Alle Farben, die sich aus zwei oder mehr Spektralfarben mischen lassen, liegen innerhalb dieses Bereiches. Der Spektralfarbenzug ist nicht geschlossen. Zwischen dem kurzwelligen und langwelligen Ende liegt die Purpurgerade, wo die Purpurfarbtöne zwischen Violett und Rot angesiedelt sind. Sie lassen sich aus den Farben am Anfang bzw. Ende des Spektralfarbenzugs mischen. Im mittleren

Bereich des Farbfeldes liegen Weiß und andere Weißtöne. Die Lage der Farben Schwarzer Strahler verschiedenster Temperaturen ist in der Abbildung 2 mit eingezeichnet. Dieser Linienzug der Farben heißer Körper reicht nicht in den Bereich der grünen Farben, weshalb es keine grüne Wärmestrahlung bzw. grüne Sterne gibt.

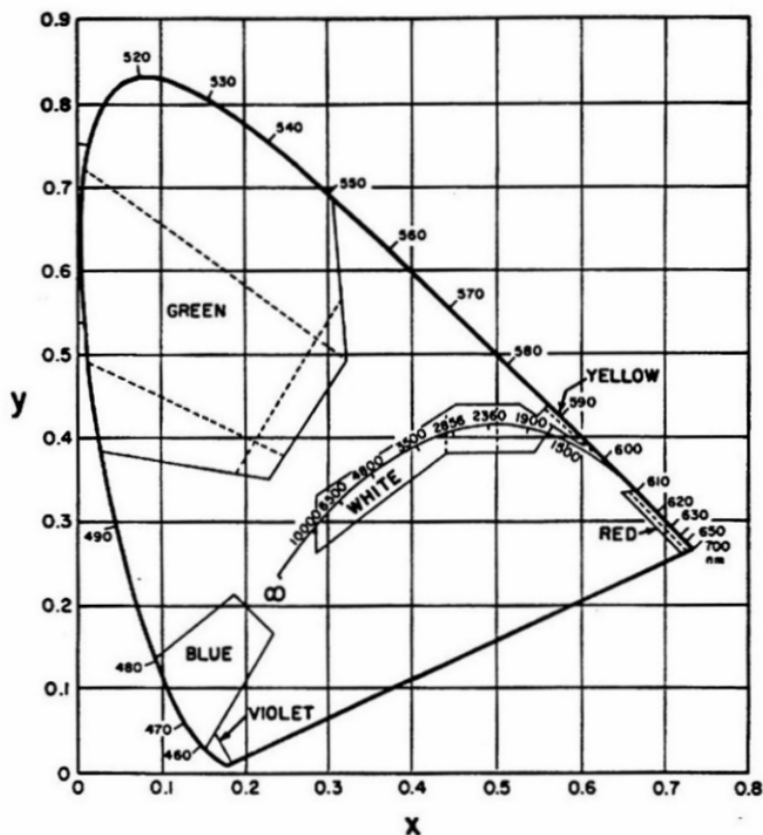


Abbildung 2: Farbraum des CIE-Normfarbwertsystems x, y, z . Zur Beschreibung siehe den Text.

Für die Darstellung der Farben mit Computergrafikprogrammen ist eine Umwandlung der X, Y, Z -Werte in das RGB -System wünschenswert und zweckmäßig. Das geschieht mit Hilfe der folgenden Transformationsformeln [2]:

$$\begin{aligned}
 R &= +2,365 \cdot X - 0,897 \cdot Y - 0,468 \cdot Z & X &= 0,490 \cdot R + 0,310 \cdot G + 0,200 \cdot B \\
 G &= -0,515 \cdot X + 1,426 \cdot Y + 0,089 \cdot Z & Y &= 0,177 \cdot R + 0,812 \cdot G + 0,011 \cdot B \\
 B &= +0,005 \cdot X - 0,014 \cdot Y + 1,009 \cdot Z & Z &= 0,000 \cdot R + 0,010 \cdot G + 0,990 \cdot B
 \end{aligned}$$

In die jeweils drei Gleichungen für die Hin- bzw. Rücktransformation gehen Parameter ein, die sich aus den empirisch gewonnenen Spektralwertverteilungen $x(\lambda)$, $y(\lambda)$ und $z(\lambda)$ ableiten lassen. Die damit ermittelten RGB -Werte liegen im Bereich zwischen 0 und 1. Die Computergrafik lässt eine Variation dieser Werte zwischen 0 und 255 zu, wobei der größte Wert der drei Valenzen auf 255 gesetzt wird und die anderen mit dem entsprechenden Faktor skaliert werden.

Bei der Darstellung mit dem Computer ist ferner zu beachten, dass Computerbildschirme, die die Farbe mittels additiver Farbmischung zusammensetzen und auch Farbdrucker, die mit der subtraktiven Farbmischung arbeiten, aus technischen Gründen nicht in der Lage sind, den gesamten Farbbereich des xy -Diagramms abzudecken. Es kommt mithin ein technischer Einfluss ins Spiel, der die direkte Vergleichbarkeit der berechneten und computertechnisch dargestellten Farbe mit der wirklichen Naturerscheinung stört. Ein unkalibrierter Bildschirm oder Drucker kann weitere Verfälschungen der berechneten Farbwerte zur Folge haben. Angesichts des hier vorgestellten qualitativen und intuitiven Zugangs zur Strahlungsphysik fallen diese technischen Probleme nicht sonderlich stark ins Gewicht. Die Natur bringt so

vielfältige Farberscheinungen am Himmel hervor, dass man ohnehin nicht erwarten kann, sie alle mit der geringen Zahl der hier diskutierten modellhaften Näherungen umfassend beschreiben zu können. Die Frage der korrekten Darstellung der berechneten Farben durch Drucker, Bildschirme und Videobeamer wird deshalb hier ausgeblendet. Strebt man gewissenhaftere Vergleiche an, so trägt man die errechneten Farbwerte x und y ins Farbdiaagramm ein und vergleicht mit entsprechenden Messungen oder anderen Berechnungen.

Physikalische Effekte in der Erdatmosphäre

Beim Durchgang durch die Erdatmosphäre wird das Sonnenlicht in allen Wellenlängenbereichen beeinflusst und mehr oder minder stark abgeschwächt. Je nach Abschwächungsvermögen der im Lichtweg befindlichen Stoffe wie Luft, Ozon, Dunst oder Staub wird ein gewisser Anteil der einfallenden Intensität gestreut und reflektiert. Diese Strahlen erleiden z. T. weitere Wechselwirkungen an anderen Streuzentren und dabei erzeugen sie das Phänomen der lichterfüllten Tageshälfte unserer Gashülle. Auf indirektem Weg erreichen sie so auch den Erdboden oder werden ins Weltall reflektiert.

Die Physik des Strahlungstransportes und der Streuvorgänge ermöglicht die quantitative Behandlung der Lichtstreuung innerhalb der Atmosphäre. Der wesentliche Begriff zur Behandlung dieses Problems ist die wellenlängenabhängige *mittlere freie Weglänge* der Lichtstrahlen in den unterschiedlichen Atmosphärenkomponenten. Durch Vergleich dieser Weglänge mit der Länge der zu durchlaufenden Schicht lässt sich das Ausmaß der Abschwächung der einzelnen Farben berechnen. Die wellenlängenabhängigen und damit farbselektiven mittleren freien Weglängen der Lichtstrahlen durch die drei Komponenten (Luft, Aerosole und Ozon) sind bekannt. Weiter unten im Text werden sie ohne Beweis angegeben.

Die lichtstreuenden Schichten wirken wie Farbfilter auf das einfallende Sonnenlicht. Ist nämlich die freie Weglänge für rote Lichtstrahlen größer als für blaue, so wird sich eine Rötung des durchlaufenden Lichtes einstellen, weil die blauen Anteile stärker aus der Strahlrichtung herausgestreut werden. Die Ausdünnung - die sog. "Extinktion" - der einzelnen Farbanteile berechnet sich gemäß:

$$I(\mathbf{I}, z) = I_0(\mathbf{I}) \cdot \exp\left\{-\frac{S(z)}{l(\mathbf{I})}\right\}$$

Darin ist $I_0(\mathbf{I})$ die auftreffende Intensitätsverteilung und $I(\mathbf{I}, z)$ die Intensität nach Durchlaufen der filternden Schicht der Länge $S(z)$. Die Länge S des durchlaufenen Lichtweges ist abhängig von der Zenitdistanz z der Sonne. Je höher die Sonne am Himmel steht, desto steiler durchschneidet ein Sonnenstrahl die atmosphärischen Schichten und um so kürzer ist der Lichtweg S . Die längsten Lichtwege erhält man mithin am Horizont, wenn das Sonnenlicht flach einfällt und eine lange Strecke in der Atmosphäre zurücklegt.

Nach der obigen Formel ist die Extinktion um so größer, je länger die Lichtstrecke S ist, denn dann lassen sich viele freie Weglängen l in S unterbringen, nach deren Durchlaufen das Licht in der Intensität jeweils auf den e -ten Teil der einfallenden Intensität I_0 abgefallen ist. Sind drei lichtstreuende Komponenten vorhanden, so lässt sich das durch ein Folge von Abschwächungen beschreiben:

$$I(\mathbf{I}, z) = I_0(\mathbf{I}) \cdot \exp\left\{-\frac{S_1(z)}{l_1(\mathbf{I})}\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{S_2(z)}{l_2(\mathbf{I})}\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{S_3(z)}{l_3(\mathbf{I})}\right\}$$

Die mittleren freien Weglängen der Streuvorgänge

Würden die Lichtstrahlen an freien Elektronen gestreut, so wäre der Wirkungsquerschnitt der aus der klassischen Elektrodynamik bekannte Thomson-Querschnitt:

$$s_{Thomson} = \frac{8\mathbf{p}}{3} \cdot \mathbf{a}^2 \cdot \left(\frac{\hbar c}{m_e c^2} \right)^2 = 6,6 \cdot 10^{-29} m^2$$

Er ist allein durch die Naturkonstanten \mathbf{a} (Feinstrukturkonstante der elektromagnetischen Wechselwirkung), c (Lichtgeschwindigkeit), \hbar (Planck'sches Wirkungsquantum $h / 2\mathbf{p}$) und m_e (Elektronenmasse) gegeben und damit völlig wellenlängenunabhängig.

In den Luftmolekülen sind die Elektronen allerdings nicht frei vorhanden, sondern an die Atomrümpfe elektrisch gebunden. Wenn das gebundene Elektron getroffen wird, verhält es sich wie ein angestoßenes Federpendel. Es wird um so stärker zu Eigenschwingungen angeregt, je näher die Energie des auftreffenden Lichtes bei der Resonanzenergie der Eigenschwingung liegt. Licht anderer Energie wird nur eine mehr oder minder stark gedämpfte Schwingung hervorbringen. Das schwingende Elektron strahlt die absorbierte Energie nach Abklingen eines angeregten Zwischenstadiums in Form von Lichtstrahlen wieder ab.

Ein resonant angeregtes Elektron im Luftmolekül erweist sich als effektivere Antenne, als eines, das weit außerhalb der Resonanzfrequenz in Schwingung versetzt wird. Man erhält als Wirkungsquerschnitt für die Lichtstreuung an Luft den Thomson-Ausdruck mit der Erweiterung um einen Resonanzterm [3]:

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}_{Thomson} \cdot \left(\frac{\mathbf{w}^2}{\mathbf{w}_0^2 - \mathbf{w}^2} \right)^2 \approx \mathbf{s}_{Thomson} \cdot \left(\frac{\mathbf{w}^2}{\mathbf{w}_0^2} \right)^2 = \mathbf{s}_{Thomson} \cdot \left(\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}_0} \right)^4 = \mathbf{s}_{Thomson} \cdot \left(\frac{\mathbf{I}_0}{\mathbf{I}} \right)^4$$

Der einfache Resonanzterm im ersten Teil der Formelkette strebt gegen Unendlich, wenn die Frequenz \mathbf{w} der Lichtwelle mit der Resonanzfrequenz \mathbf{w}_0 , die sich aus der Physik der Molekülbindung erklärt, übereinstimmt. Das ist unphysikalisch. In der Tat gibt es noch einen Dämpfungsanteil im Nenner des Resonanzterms, der hier aus folgendem Grund ignoriert wird. Die Resonanz tritt bei Licht der Wellenlänge 160 nm auf, was außerhalb des sichtbaren Bereichs des Spektrums liegt. Da alle Betrachtungen auf den sichtbaren Spektralbereich beschränkt sind, kann also auch keine Unendlichkeitsstelle auftreten, wenn die Resonanzstelle aus der Betrachtung von vornherein ausgeklammert wird.

Die Anregungen durch sichtbares Licht liegen schon deutlich neben der Resonanz, so dass der Dämpfungsausdruck keinen bestimmenden Einfluss auf das Ergebnis mehr hat. Aus diesem Grund lässt sich auch im Näherungsschritt der obigen Formelkette \mathbf{w}^2 ignorieren, das gegenüber \mathbf{w}_0^2 keinen großen Einfluss mehr hat. Der Wirkungsquerschnitt reduziert sich damit auf die bekannte \mathbf{I}^{-4} -Form und die mittlere freie Weglänge erhält die hochgradig farbselektive \mathbf{I}^{-4} -Abhängigkeit:

$$l_{Luft} = \frac{1}{n \cdot \mathbf{s}} = \frac{1}{n \cdot \mathbf{s}_{Thomson}} \cdot \left(\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I}_0} \right)^4$$

Die Lichtstreuung an Aerosolen lässt sich nicht so einfach auf erste und grundlegende Prinzipien der Physik zurückführen, wie das bei der Rayleigh-Streuung möglich ist, denn zu unterschiedlich in Art und Größe sind die zahlreichen Schwebeteilchen der Atmosphäre. Es

handelt sich dabei um Mineralstäube, Seesalzkerne aus zerplatzten Meerwasserblasen, kondensierte Tröpfchen, die sich infolge chemischer Reaktionen gasförmiger Bestandteile aus übersättigten Dämpfen bilden, Bakterien und feinste Nebel. Eine analytische Darstellung der mittleren freien Weglänge der Mie-Streuung konstruiert man nach dem bekannten Muster:

$$l_{Aerosole} = \frac{1}{n \cdot S_{Mie}}$$

Die Teilchendichte n variiert stark zwischen $10^2 / cm^3$ und $10^3 / cm^3$ in maritimer Reinluft, $10^4 / cm^3$ über den Kontinenten bis zu einigen $10^5 / cm^3$ in stark belasteter Stadtluft. Für eine grobe Kalkulation der Größenordnung der mittleren freien Weglänge sei hier der typische Kontinentalwert von $10^4 / cm^3$ veranschlagt. In den Mie-Streuquerschnitt geht die schwache Wellenlängenabhängigkeit ein, die in Beziehung zur Größenverteilung der Streukörper steht. Sie lautet für den typischen Fall eines kontinentalen Aerosolgemisches $S_{Aerosole} \propto I^{-1,34}$. Zur Abschätzung der Größenordnung des Streuquerschnitts empfiehlt es sich nun, die Wellenlängenabhängigkeit auf einen Referenzwert aus der Mitte des sichtbaren Spektralbereichs von z.B. $I_{0[2]} = 500 \text{ nm}$ zu beziehen. Damit erhält man

$$S_{Aerosole} = S_0 \cdot \left(\frac{I}{I_{0[2]}} \right)^{-1,34},$$

mit einer Konstante S_0 , in der die Physik der Mie-Streuung steckt. Sie enthält im wesentlichen den geometrischen Streuquerschnitt des Teilchens. Bei einem etwaigen mittleren Teilchenradius der kontinentalen Aerosolgemische von $0,1 \text{ }\mu\text{m}$ erhält man den groben Schätzwert von $S_0 \approx 10^{-14} \text{ m}^2$. Damit berechnet sich die Größenordnung von der mittleren freien Weglänge der Mie-Extinktion zu

$$l_{Aerosole} = \frac{1}{n \cdot S_0} \approx 10^{-10} \text{ m}^3 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2} = 10 \text{ km},$$

was angesichts der Grobheit der Abschätzung ein akzeptables Ergebnis ist. In der Literatur findet man einen Wert von 33 km bei einer Wellenlänge von 500 nm [4]. Hier wird deshalb für die analytische Behandlung der Mie-Extinktion die folgende Funktion angesetzt:

$$l_{Aerosole} = 33 \text{ km} \cdot \left(\frac{n_0}{n} \right) \cdot \left(\frac{I}{I_{0[2]}} \right)^M$$

Bei einer Wahl der Parameter $n = n_0 = 10^4 / cm^3$, $\lambda_{0[2]} = 500 \text{ nm}$ und einem Mie-Exponenten von $M = 1,34$ erhält man bekannte Literaturwerte für den typischen Fall eines kontinentalen Aerosolgemisches. Andere Aerosolverhältnisse kann man durch die Variation der Teilchendichte n und des Mie-Exponenten M zwischen den Extremwerten 1,0 und 1,5 simulieren. Als dritter wählbarer Parameter kommt die Skalenhöhe der Aerosolatmosphäre noch hinzu. Sie lässt sich nicht durch eine einfache physikalische Abschätzung gewinnen, denn sie ist stark von den lokalen Gegebenheiten des Aerosolgemisches abhängig. Sie kann Werte zwischen 1 km und 5 km annehmen. Oberhalb von 5 km Höhe findet man nur noch einige $100 \text{ Teilchen} / cm^3$. Ein typischer Wert für die Höhe eines homogen verteilten Aerosolgemisches ist $1,5 \text{ km}$ [5].

Schließlich ist noch die mittlere freie Weglänge für die Lichtstreuung in der Ozonschicht quantitativ zu erfassen. Der Beitrag des Ozons zur Himmelsfarbe, insbesondere in der Dämmerung, wurde 1952 von E.O. Hulburt erkannt [6]. Das Ozonmolekül besitzt ein schwaches Absorptionsvermögen im Gelbgrünen. Die temperaturabhängige Frequenzabhängigkeit der Abschwächung wurde von A. Vassy und E. Vassy bestimmt [7] und von Hulburt auf die Temperaturverhältnisse in der Stratosphäre (ca. $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$), wo die Ozonschicht angesiedelt ist, hochgerechnet. Die Abbildung 3 zeigt das Originaldiagramm aus der Arbeit von Hulburt. Aufgetragen ist der Absorptionskoeffizient b'_{λ} gegen die Lichtwellenlänge. Er ist das Produkt aus Teilchendichte und Wirkungsquerschnitt und er steht mit der mittleren freien Weglänge über $l = 1/b'_{\lambda}$ in Beziehung. Der genaue Verlauf des Koeffizienten b'_{λ} mit der Wellenlänge hängt von den Einzelheiten der Molekülbindung im Ozon ab. Eine Diskussion dieser Effekte übersteigt den Rahmen dieser Arbeit.

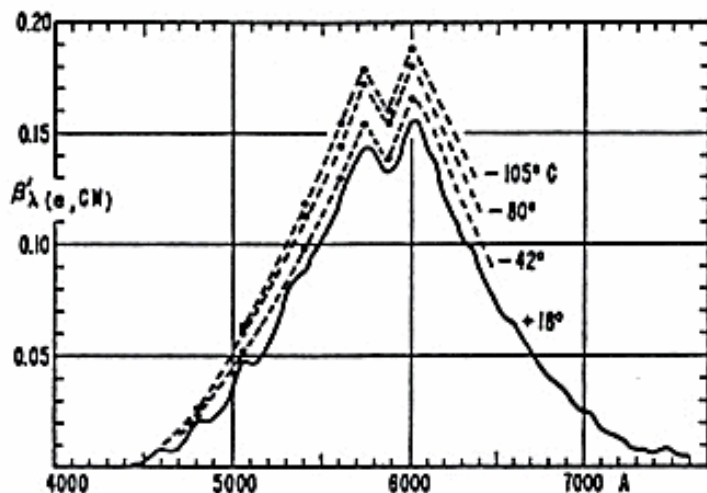


Abbildung 3: Absorptionsvermögen von Ozon im sichtbaren Wellenlängenbereich.

Für die Farbberechnung reicht es aus, den skizzierten Verlauf durch eine analytische Funktion anzunähern, die den Kurvenlauf möglichst gut wiedergibt. Die Anpassung einer Funktion zum Zweck, die Naturverhältnisse in einen computergerechten analytischen Verlauf zu zwingen, hat einen eher handwerklichen als auf physikalischen Erkenntnisgewinn abzielenden Zug. Der in Abbildung 3 gezeigte Kurvenverlauf ähnelt einer Gaußglocke, wenn man von dem kleinen Abfall im Spitzenbereich absieht:

$$b'_{\lambda} \approx C \cdot e^{-\frac{(I-I_{0[3]})^2}{s^2}}$$

Da bei der Beschreibung der Sonnenintensität durch die Kurve des Schwarzen Strahlers von Intensitätsspitzen und Einbrüchen - den sog. "Fraunhofer-Linien" - im tatsächlichen Verlauf abgesehen wurde, ist im Rahmen dieser Näherungen eine Vernachlässigung von Details bei der Ozon-Absorption ebenfalls gerechtfertigt. Eine Anpassung der Gauß-Glocke nach der Methode der kleinsten Abstandsquadrate liefert das folgende Ergebnis:

$$C = 18,3/m, \quad I_{0[3]} = 595 \text{ nm}, \quad s = 75 \text{ nm}$$

Für die mittlere freie Weglänge in der Ozonschicht erhält man damit die einfache Näherungsfunktion:

$$l_{Ozon} \approx 0,0546 \text{ m} \cdot e^{\frac{(I-595 \text{ nm})^2}{(75 \text{ nm})^2}}$$

Die homogene Skalenatmosphäre

Eine sinnvolle Vereinfachung zur Beschreibung der Himmelsfarben ist die Annahme einer homogenen und isothermen Atmosphäre mit homogenen Werten für Temperatur, Druck und Dichte, wie sie auf Meeresniveau herrschen. Die sog. "Skalenhöhe" H dieser Atmosphäre gleicht der Höhe, bei der die Teilchendichten und der Druck der realen Atmosphäre auf den e -ten Teil der Werte auf Meeresniveau abgefallen ist.

Im Modell der homogenen Atmosphäre endet die Gashölle abrupt in der Skalenhöhe mit einem plötzlichen Übergang ins Vakuum des Weltraums. Die Skalenatmosphäre ersetzt damit die reale Atmosphäre mit ihrem exponentiellen Druckabfall unter Beibehaltung der Teilchenzahl. Hinsichtlich der Streuphänomene führt sie zu gleichen Ergebnissen, wenn man eine Beobachtung auf Meeresniveau voraussetzt. Die Skalenhöhe berechnet sich nach:

$$H = \frac{k \cdot T_0}{m_{\text{Luftmolekül}} \cdot g}$$

Anschaulich gedeutet ist sie die ungefähre Aufstiegshöhe eines Luftteilchens mit der Temperatur T_0 bei einem ungestörten senkrechten Wurf vom Erdboden nach oben. Mit den gegebenen Werten für die irdische Atmosphäre erhält man $H = 8 \text{ km}$.

Bei einer Beobachtung aus größeren Höhen ermittelt man eine neue Skalenhöhe H mit einer Temperatur T , die gemäß des atmosphärischen Temperaturgradienten von $-6,5^\circ\text{C}/\text{km}$ geringer ist als die Normaltemperatur T_0 . Die geringere Teilchendichte der Luft in größerer Höhe, die in die mittlere freie Weglänge eingeht, erhält man aus der barometrischen Höhenformel:

$$n(h) = n_0 \cdot e^{-h/H}, \quad \text{mit} \quad n_0 = \frac{r_0}{m_{\text{Luft}}}$$

Verringerte Teilchendichten wirken sich natürlich auch auf die mittleren freien Weglängen aus, z.B. im Fall der Rayleigh-Streuung:

$$l_{\text{Luft}}(h) = \frac{1}{n \cdot s_{\text{Thomson}}} \cdot \left(\frac{I}{I_0} \right)^4 \cdot e^{\frac{h}{H}} = l_{\text{Luft}}(h=0) \cdot e^{\frac{h}{H}}$$

Für die Aerosolschicht sind entsprechende Betrachtungen hinsichtlich der Teilchendichte und Skalenhöhe anzustellen, wenn die Beobachtungsposition in großer Höhe liegt und ein großer Teil der Aerosolschicht darunter liegt. Für die Lichtstreuung an stratosphärischem Ozon ändert sich nichts.

Die Wegstrecken ungehinderter Lichtausbreitung sind damit höhenabhängig, was sich z.B. auch auf die Sichtweiten im Hochgebirge auswirkt. Im Modell der homogenen Skalenatmosphäre mit $H = 8 \text{ km}$ haben die Ergebnisse dieser Arbeit deshalb streng genommen nur Gültigkeit für Beobachtungshöhen auf Meeresniveau.

Der geometrische Lichtweg durch die Skalenatmosphäre

Unter der Voraussetzung einer homogenen Skalenatmosphäre für die Luft- und Aerosolkomponente lässt sich die Strecke, auf der die Lichtabschwächung stattfindet, auf rein geometrische Art anschaulich ermitteln. Berechnet werden muss die Distanz zwischen dem Eintrittspunkt des Lichtstrahls am oberen Rand der Atmosphäre und dem Beobachter auf Meeresniveau in Abhängigkeit von der Zenitdistanz z (Abb. 4).

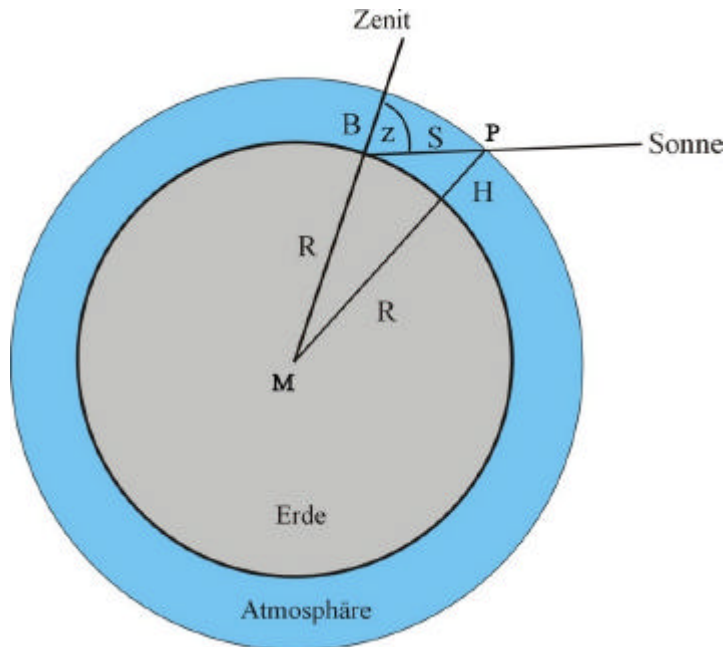


Abbildung 4: Der Lichtweg durch die Skalenatmosphäre in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne

Man erhält den geometrischen Lichtweg S durch Auswertung des Dreiecks aus Erdmitte M , Beobachter B und Eintrittspunkt P des Lichtstrahls in die Atmosphäre mit dem Kosinussatz:

$$(R + H)^2 = S^2 + R^2 - 2 \cdot S \cdot R \cdot \cos(180^\circ - z)$$

Man löst nach S auf und erhält schließlich folgenden Ausdruck in Abhängigkeit von der Zenitdistanz z , dem Erdradius R und der Skalenhöhe H :

$$S(z, H) = -R \cdot \cos z + \sqrt{(R + H)^2 - R^2 \cdot \sin^2 z}$$

Weil die Lufthülle und die Aerosolatmosphäre unterschiedliche Skalenhöhen besitzen, ist für beide Komponenten ein Ausdruck dieser Art aufzustellen:

$$S_{Luft}(z) = -R \cdot \cos z + \sqrt{(R + H_{Luft})^2 - R^2 \cdot \sin^2 z}$$

$$S_{Aerosole}(z) = -R \cdot \cos z + \sqrt{(R + H_{Aerosole})^2 - R^2 \cdot \sin^2 z}$$

Die Ozonschicht lässt sich im Sinne des Skalenmodells angemessen berücksichtigen, wenn man eine homogene Schicht der Dicke $D = 3 \text{ mm}$ mit den Gasbedingungen, wie sie am Erdboden herrschen, in einer Höhe H von 20 km annimmt. Den zenitdistanzabhängigen Lichtweg in der Ozon-Komponente erhält man, indem man den Lichtweg vom Unterrand der Ozonlage zum Beobachter von dem des Oberrandes zum Beobachter abzieht:

$$S_{Ozon}(z, H) = S(z, H + \Delta) - S(z, H)$$

Der Lichtweg in der Ozonschicht ist immer klein, außer wenn die Schicht nahezu tangiert wird und ein Lichtstrahl ein großes Teilstück durch die dünne Schicht flach durchläuft. Dieser geometrische Sonderfall muss bei der Simulation der "Blauen Stunde" nach Sonnenuntergang gesondert behandelt werden.

Die Farbe der Sonne in Abhängigkeit von ihrer Zenitdistanz

Es liegen jetzt alle Größen zur Berechnung der atmosphärischen Extinktion des direkten Sonnenlichtes in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne vor: Die mittleren freien Weglängen l_{Luft} , $l_{Aerosole}$, l_{Ozon} in den drei lichtstreuenden Komponenten, die drei unterschiedlich langen Lichtwege S_{Luft} , $S_{Aerosole}$, S_{Ozon} in der homogenen Skalenatmosphäre und die Intensitätsverteilung I_0 der Sonnenstrahlung. Als Parameter der Mie-Streuung werden eine Skalenhöhe von $H = 1,5 \text{ km}$, eine Teilchendichte von $n = 10^4 / \text{cm}^3$ und ein Mieexponent von $M = 1,34$ angesetzt. Somit muss die folgende Intensitätsfunktion dem Algorithmus zur Berechnung der Farbwertanteile übertragen werden:

$$I(\mathbf{I}, z, T) = I_0(\mathbf{I}, T) \cdot e^{-\frac{S_{Luft}(z)}{l_{Luft}(\mathbf{I})}} \cdot e^{-\frac{S_{Aerosole}(z)}{l_{Aerosole}(\mathbf{I})}} \cdot e^{-\frac{S_{Ozon}(z)}{l_{Ozon}(\mathbf{I})}}$$

Man erhält damit für Zenitdistanzen zwischen 0° und 90° die entsprechenden Farbvalenzen x, y bzw. RGB . Die Farbe der Sonne in Abhängigkeit von der Zenitdistanz ist in der Abbildung 5 gezeigt. Erzeugt wurde dieses Bild mit *CorelDraw*. Lädt man diese Datei auf einem anderen Computer bzw. druckt man sie auf verschiedenen Druckern oder als *pdf*-Dokument aus, so erhält man jeweils leicht veränderte Farbeindrücke, was auf die technische Umsetzung in der Soft- und Hardware des Computers zurückzuführen ist. Bemerkenswert ist die richtige Vorhersage der Verrötlichung des Sonnenlichtes, die bei Zenitdistanzen größer als 80° zu beobachten ist.

Sonnenfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz mit Rayleigh-, Mie-, und Ozonextinktion

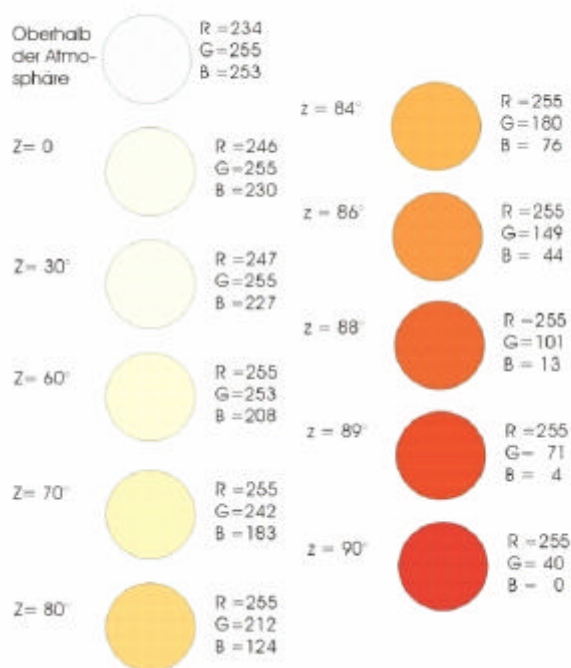


Abbildung 5: Die Farbe der Sonnenscheibe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne

Die Farbe des Himmelslichtes

Wie sich die Helligkeit, Polarisation und Farbe der verschiedenen Himmelsstellen durch Vielfachstreuung an den Teilchen der Atmosphärenkomponenten ergibt, ist eine schwierige Frage, die zur präzisen Beantwortung einer Fülle von physikalischen Betrachtungen bedarf. Die Vielfachstreuung von Licht in einem Gasvolumen, die Winkelcharakteristik des gestreuten Lichtes, die Höhe der Sonne über dem Horizont und der Winkelabstand des betrachteten Himmelsteils zur Sonne müssen in eine exakte Behandlung einbezogen werden.

Für den qualitativen Farbvergleich zwischen Theorie und Natur wird hier nur das denkbar einfachste Modell entwickelt. Das Licht, welches den Beobachter aus einer kleinen angeschauten Himmelsregion mit der Zenitdistanz z_H (H für Himmel) erreicht, ist das von den Gasteilchen in diesem Himmelselement aus dem direkten Sonnenlicht herausgestreute Licht. Die Intensität des herausgestreuten Lichtes addiert sich mit der durchgehenden Intensität zur ursprünglich vom Weltraum einfallenden Intensität $I_0(I)$ auf. Denkt man sich das beleuchtete Himmelselement etwa in der Mitte der Skalenatmosphäre, so wird es in Durchlassrichtung von der geschwächten Planck-verteilten Sonnenstrahlung $I(I, z_S)$ wieder verlassen (S für Sonne). In dem Fall ist die herausgestreute Intensität näherungsweise $(I_0(I) - I(I, z_S))$ -verteilt. Auf dem Weg vom betrachteten Himmelselement zum Auge des Betrachters wird das Streulicht wieder abgeschwächt. Die Weglängen, auf denen die Abschwächung erfolgt, ist abhängig von der Zenitdistanz z_H des betrachteten Himmelselementes.

Natürlich wird auch diesem Licht des atmosphärischen Himmelselementes Licht von den umliegenden lichterfüllten Gasvolumina zugestreut. Tiefer in der Atmosphäre gelegene Himmelselemente werden von Sonnenlicht beleuchtet, welches schon auf dem Teilweg von der Atmosphärenoberkante bis zum tieferen Himmelselement ausgedünnt und gerötet wurde. Das Streulicht dieser atmosphärischen Partien längs der Beobachtungsrichtung addiert sich auf und beeinflusst den Farbeindruck. Schließlich ist noch jener mehrfach gestreute Lichtanteil zu erwähnen, der durch die Beleuchtung der Himmelselemente auf der Blickrichtung durch das Licht der anderen Himmelselemente hinzukommt. Die Vielfachstreuung sorgt für einen gewissen Ausgleich zwischen den mehr oder weniger stark bevorzugten Abstrahlrichtungen der molekularen Dipolantennen.

Auf allen direkten Lichtstrecken wird das Licht durch die Streuung gemäß $I_0 \cdot \exp\{-S/l\}$ gerötet, das Streulicht folgt dagegen immer genähert der $I_0(1 - \exp\{-S/l\})$ -Verteilung.

Betrachtet wird nun der Fall eines in mittleren Lagen der Atmosphäre gelegenen Elementes welches von ausgedünntem, gerötetem Sonnenlicht $I_0 \cdot \exp\{-S(z_S)/l\}$ durchstrahlt wird und dessen Streulicht der Intensität $I_0 \cdot (1 - \exp\{-S(z_S)/l\})$ auf der Reststrecke zum Betrachter um den Faktor $\exp\{-S(z_H)/l\}$ ausgedünnt wird. Das beleuchtete Himmelselement sei etwa auf der Mitte der Skalenhöhe der Lufthülle angesiedelt. Es wirken also bei der Beleuchtung dieses Elements die volle Lichtstrecke $S_{Ozon}(z_S)$ durch die stratosphärische Ozonschicht und die halbe Lichtstrecke in der Luft $S_{Luft}(z_S)/2$ als abschwächende Filter. Bei der Beleuchtung des Erdbodens durch das Streulicht dieses Himmelselementes wirkt wiederum die halbe Lichtstrecke in der Luft $S_{Luft}(z_H)/2$ und die volle Lichtstrecke $S_{Aerosole}(z_H)$ in der Aerosolatmosphäre. Damit erhält man die erste Intensitätsfunktion des Himmelslichtes:

$$I_1(\mathbf{I}, z_H, z_S) = I_0(\mathbf{I}) \cdot \underbrace{\left[1 - e^{-\frac{S_{Ozon}(z_{Sonne})}{l_{Ozon}(\mathbf{I})}} \cdot e^{-\frac{\frac{1}{2} S_{Luft}(z_{Sonne})}{l_{Luft}(\mathbf{I})}} \right]}_{\text{gestreuter Intensitätsanteil durch Ozon- und Luftextinktion auf halber Luftstrecke in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne}} \cdot \underbrace{\left[e^{-\frac{\frac{1}{2} S_{Luft}(z_{HE})}{l_{Luft}(\mathbf{I})}} \cdot e^{-\frac{S_{Aerosole}(z_{HE})}{l_{Aerosole}(\mathbf{I})}} \right]}_{\text{Abschwächung der gestreuten Intensität durch Luft und Aerosole}}$$

Diese Funktion wird dem Farbberechnungsalgorithmus übergeben. Sie enthält zwei variable Parameter, die Zenitdistanz der Sonne z_S und die Zenitdistanz des betrachteten Himmelselements z_H .

Mittels der qualitativen Diskussion der Tageshelligkeit kann man auch zu einer etwas anderen Näherung für die Intensitätsfunktion des Himmelslichtes gelangen: Das Sonnenlicht, welches auf das betrachtete Himmelselement trifft, ist bereits nach $I_0 \cdot \exp\{-S(z_S)/l\}$ gerötet. Die gestreute Intensität ist wiederum abhängig von der Zenitdistanz des Himmelselementes. Demnach ist das Streulicht $(1 - \exp\{-S(z_H)/l\})$ -verteilt. Vernachlässigt man jetzt die weitere Ausdünnung auf dem Weg zum Erdboden, was dadurch begründbar ist, dass das herausgestreute Licht durch hineingestreutes Licht aus anderen Himmelsrichtungen ersetzt wird, so erhält man schließlich als zweite Intensitätsfunktion des Himmelslichtes:

$$I_2(\mathbf{I}, z_H, z_S) = I_0(\mathbf{I}) \cdot \underbrace{\left[e^{-\frac{S_{Ozon}(z_S)}{l_{Ozon}(\mathbf{I})}} \cdot e^{-\frac{\frac{1}{2} S_{Luft}(z_S)}{l_{Luft}(\mathbf{I})}} \right]}_{\text{Abschwächung der einfallenden Intensität durch Ozon und Luft}} \cdot \underbrace{\left[1 - e^{-\frac{\frac{1}{2} S_{Luft}(z_H)}{l_{Luft}(\mathbf{I})}} \cdot e^{-\frac{S_{Aerosole}(z_H)}{l_{Aerosole}(\mathbf{I})}} \right]}_{\text{gestreuter Intensitätsanteil in Abhängigkeit von der Zenitdistanz des Himmelselementes}}$$

Der Unterschied zur ersten Funktion liegt in der Vertauschung der Zenitdistanzen des Himmelselementes bzw. der Sonne. Dem komplexen Problem wird man eigentlich nur durch die Betrachtung der Lichtanteile aller Volumenelemente auf dem Weg von der Sonne zum herausgegriffenen Volumenelement gerecht. Alle Volumenelemente entlang der Sichtlinie zum Erdboden und weiterhin noch jene, von denen Licht in die Beleuchtungs- oder Sichtrichtung durch Mehrfachstreuung eingestrahlt wird, tragen zum Helligkeits- und Farbeindruck in einer bestimmten Blickrichtung bei. Im Folgenden wird aber nur mit den zwei ad-hoc aufgestellten Intensitätsfunktionen experimentiert.

In den Abbildungen 6 bis 10 sind die Ergebnisse der Berechnungen graphisch umgesetzt. Dargestellt ist jeweils ein Himmelsausschnitt über alle Zenitdistanzen, in den die Sonne an der jeweiligen Höhe eingesetzt ist. Das diskutierte Modell des Himmelslichtes beschreibt nicht die im unmittelbaren Umkreis der Sonne beobachtbare Aufhellung und Verweißlichung des Tageshimmels, so dass die Ergebnisse dieser Berechnung nur Gültigkeit für den Himmelsbereich links oder rechts neben der Sonne außerhalb dieses Umkreises beanspruchen können. Das Phänomen der Aufhellung in der Sonnennähe wurde bei der Erstellung der farbigen Bilder ignoriert. Der betrachtete Himmelsausschnitt in Sonnenrichtung ist in horizontale Streifen unterteilt. Die dargestellte Farbe eines Streifensegmentes gilt genau genommen nur für die angegebene Zenitdistanz. In jeder der Abbildung 6 bis 10 ist der Himmelsanblick, der mit der ersten Intensitätsfunktion gewonnen wurden, jenem auf der Basis der zweiten Funktion direkt gegenübergestellt.

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_o

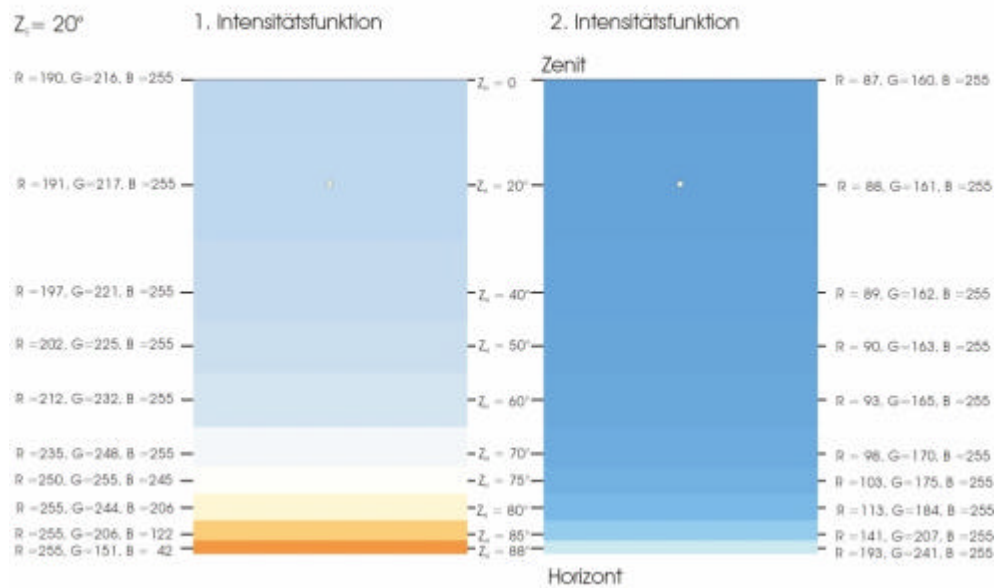


Abbildung 6

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_o

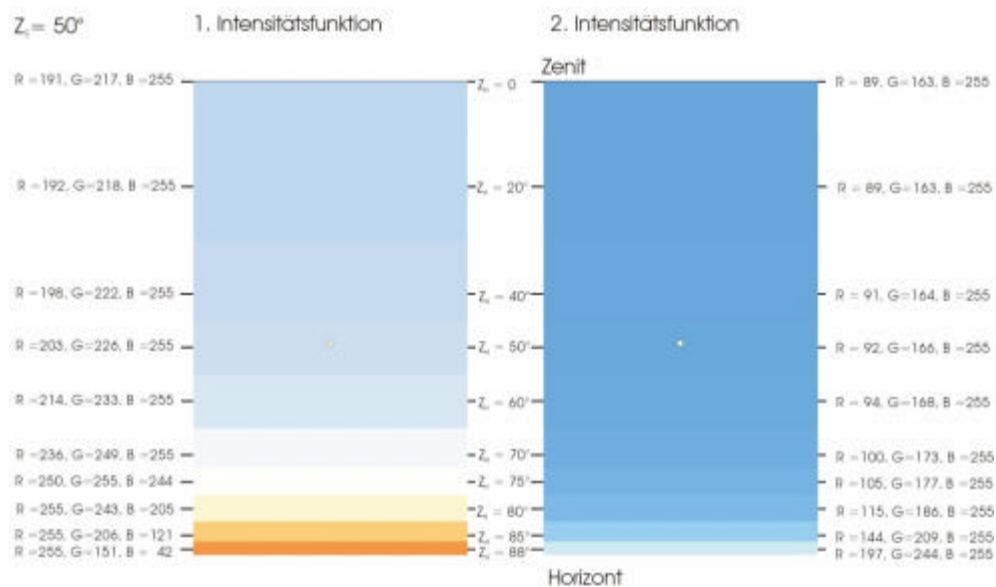


Abbildung 7

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_o

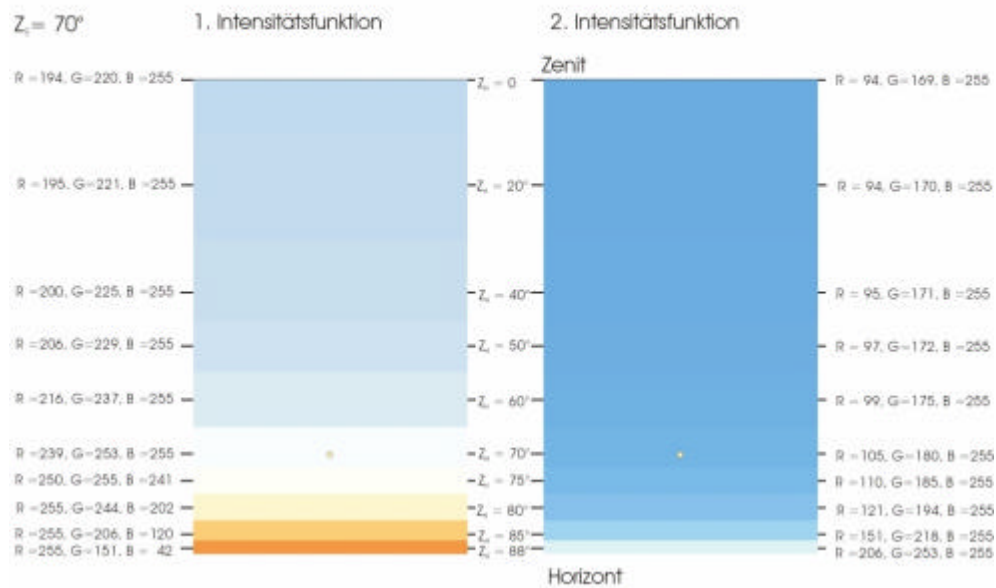


Abbildung 8

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_o

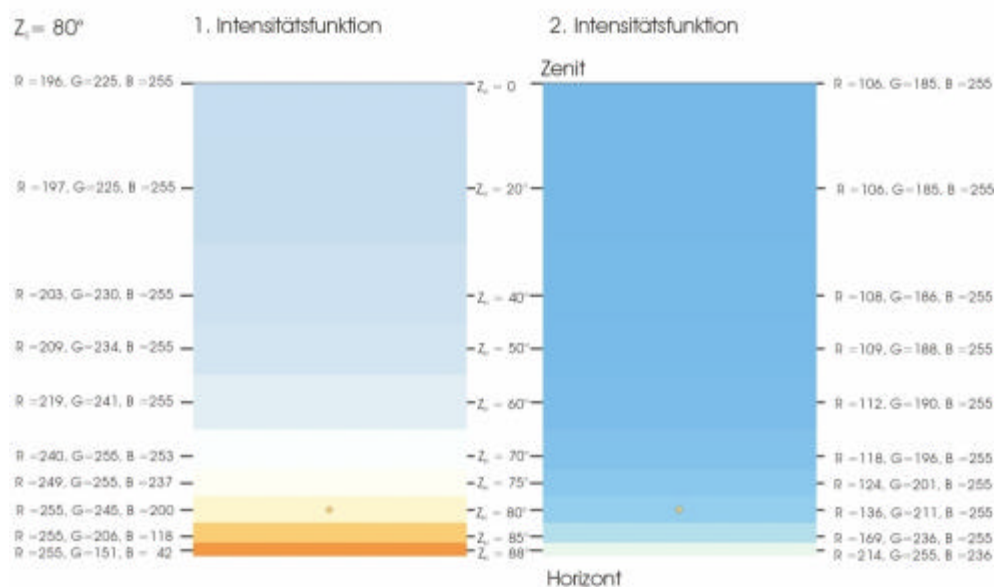


Abbildung 9

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_o

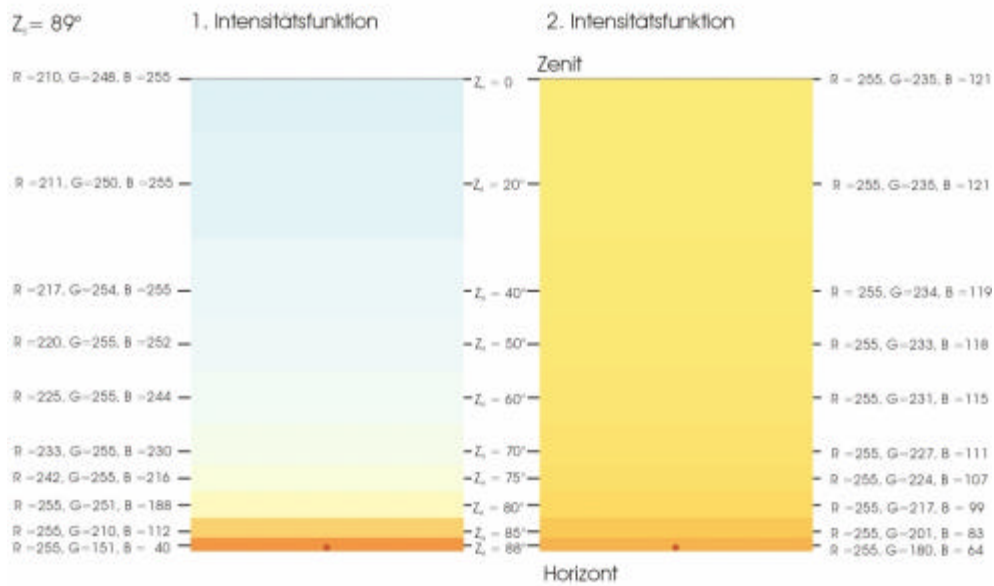


Abbildung 10

Beide Intensitätsfunktionen geben die Blaufärbung des Himmels am Tag generell richtig wieder. Jedoch werden verschiedene Aspekte der Himmelsfärbung jeweils stärker herausgehoben oder vernachlässigt. Die zweite Funktion führt auf ein kräftiges Himmelsblau und beschreibt auch die Verweißlichung des Himmelslichtes in Horizontnähe. Mit der ersten Funktion fällt die Verweißlichung ungleich stärker aus, bis hin zum Farbumschlag nach grünlich-gelb, gelb und orangerot am Horizont. Dieses Phänomen ist in der Natur tatsächlich bei Sonnenuntergang zu beobachten, allerdings nicht am hellen Tag bei geringen Zenitdistanzen der Sonne. Die erste Intensitätsfunktion des Himmelslichtes „übertreibt“ hier etwas, während die zweite bei geringen Zenitdistanzen der Sonne insgesamt ein besseres Bild abgibt. Das ändert sich bei Sonnenuntergang, Die zweite Funktion sagt zwar nun die gelbe Himmelsfärbung im Bereich der untergehenden Sonne voraus, doch diese Farbe erstreckt sich nun ohne Abstufung bis hin zum Zenit, ein völlig unnatürliches Verhalten. Im Vergleich dazu erhält man mit der ersten Funktion ein nahezu naturalistisches Bild, mit einem Übergang von orange zu gelb, gelb-grün und hellblau vom Horizont bis zum Zenit. Offensichtlich hat die erste Funktion ihre „Stärken“ bei Sonnenuntergang, während die zweite ihre Qualitäten am hellen Tag entfaltet. Bemerkenswert ist weiterhin die große Konstanz des Farbeindrucks über alle Zenitdistanzen der Sonne von 0 bis 80° . Erst beim Horizontstand der Sonne sind deutliche Farbänderungen bzw. Umschläge das Ergebnis, in Übereinstimmung mit der Natur.

Der Grund für die starke Vergelblichung und Rötung des Horizontlichtes im ersten Fall ist der Funktionsanteil $I_0 \cdot \exp\{-S(z_H)/l\}$ in der ersten Intensitätsfunktion. Er beschreibt die Ausdünnung und Rötung des gestreuten Himmelslichtes, welches mit erhöhtem Blauanteil das streuende Luftvolumen verlässt, aber bei der Horizontbeobachtung mit großen Lichtstrecken auf dem Weg zum Auge des Beobachters wieder stark gerötet wird. In der zweiten Intensitätsfunktion wird diese Abschwächung des gestreuten Lichtes vernachlässigt. Damit beschreibt sie die Himmelsgegenden geringer Zenitdistanz besser als horizontnahe, denn für die nur rund 8 km entfernten Streuvolumina über dem Beobachter ist diese Näherung gerechtfertigt, während sie für die Horizontnähe eine zu starke Vereinfachung darstellt.

Der extreme Farbumschlag ins Gelbe, der bei Sonnenuntergang und Verwendung der zweiten Funktion auftritt, ist durch die starke Rötung der einfallenden Intensität zu erklären, die im Modell schon die halbe Luftstrecke durchlaufen hat, bevor es zur Lichtstreuung an den Gasvolumina kommt. Bei Sonnenuntergang ist die Rötung der einfallenden Intensität gemäß $I_0 \cdot \exp\{-S(z_s)/l\}$ schon extrem, der blaue Lichtanteil ist damit bereits herausgestreut und bei der Streuung durch die Luftmoleküle gewinnen nun nach der I^4 -Gesetzmäßigkeit der Rayleigh-Streuung die gelben Lichtanteile die Oberhand über die roten, welche die Zenitgegend ungehindert durchlaufen und wieder in den Weltraum eindringen, wo sie z.B. bei einer Mondfinsternis noch den im Erdschatten stehenden Mond in ein rötliches Licht zu tauchen vermögen.

Eine Intensitätsfunktion, die die Stärken der zwei bislang behandelten Funktionen vereint und ihre Schwächen ausgleicht, lässt sich durch die Mittelung von I_1 und I_2 konstruieren:

$$I_3 = \frac{1}{2} \cdot (I_1 + I_2)$$

In den Abbildungen 11 bis 15 sind die Ergebnisse der Berechnungen mit dieser gemittelten Funktion wieder farblich dargestellt. Bis auf den Fall des Sonnenunterganges erhält man eine gute Übereinstimmung mit der Erfahrung für alle Zenitdistanzen der Sonne. Beim Sonnenuntergang erhält man für das Modell der gemischten Intensitätsfunktion als Farbe der Zenitgegend ein gräuliches Blaugrün. Tatsächlich aber mischt sich das tiefblaue Licht aus der Zenitgegend mit dem gräulichen Licht der Rayleigh-Streuung und sorgt für das Blau des Himmels in der Dämmerung. Diesen geometrischen Sonderfall der „Blauen Stunde“ kann das einfache Modell des Himmelslichtes nicht abdecken.

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_H

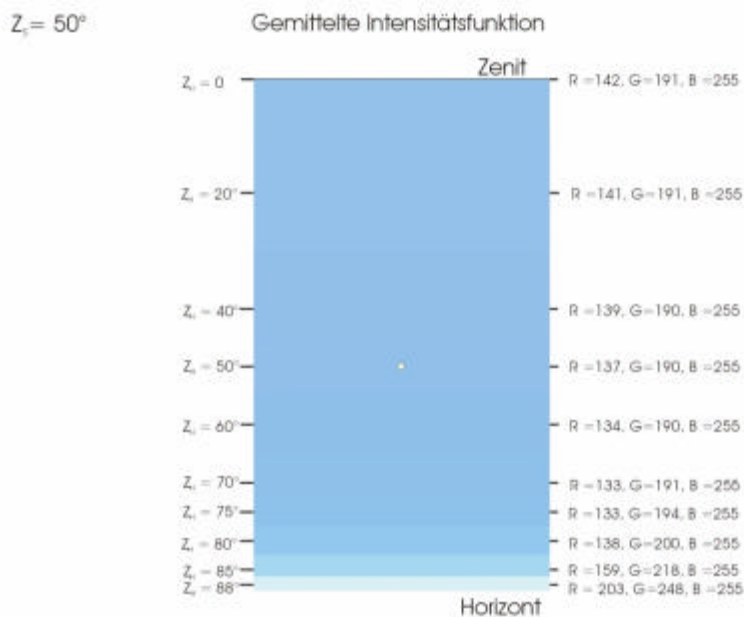


Abbildung 11

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_H

$z_s = 70^\circ$

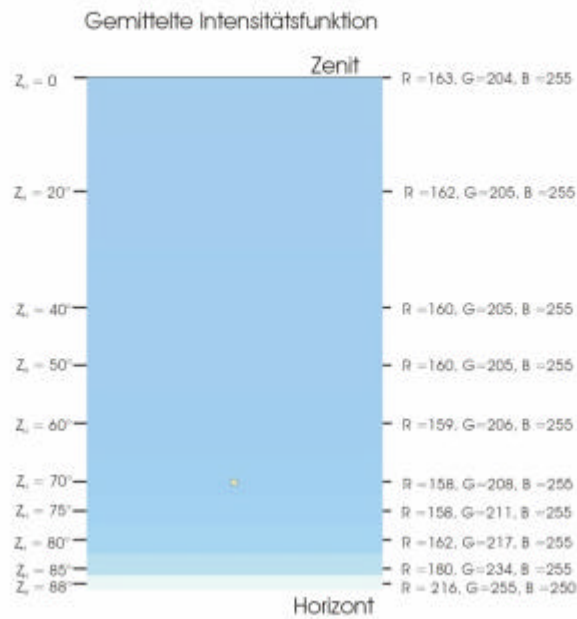


Abbildung 12

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_H

$z_s = 80^\circ$

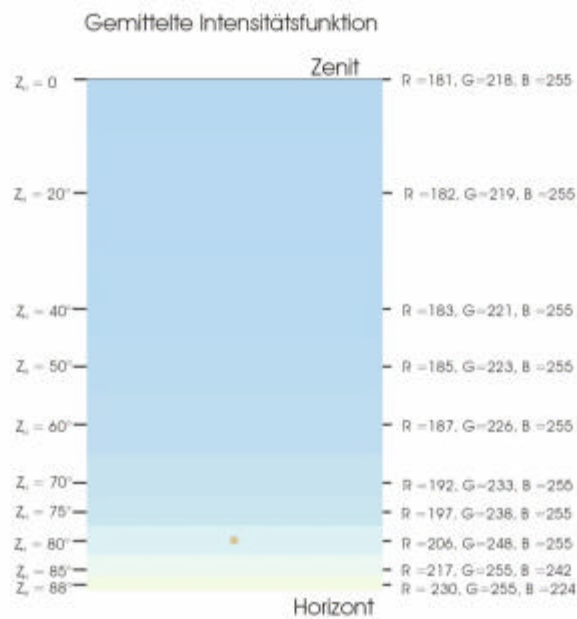


Abbildung 13

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_H

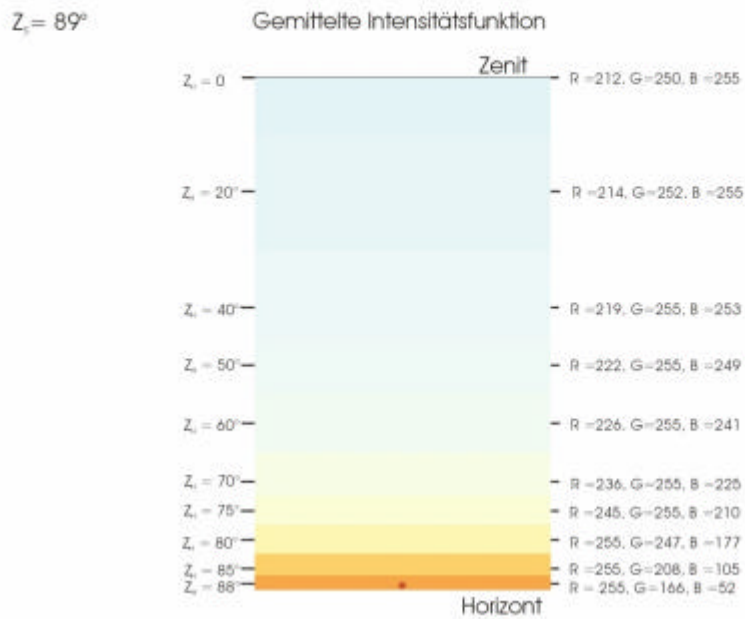


Abbildung 14

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_H

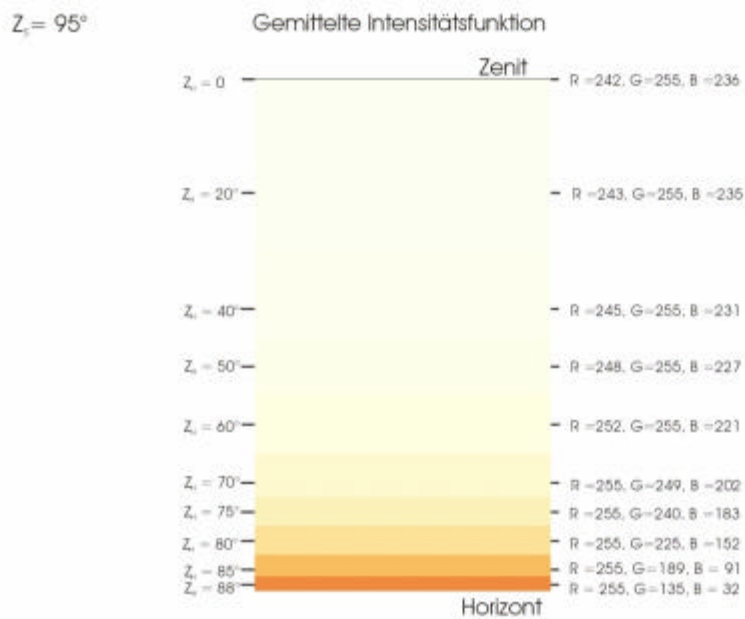


Abbildung 15

Die gemischte Funktion beschreibt den Farbverlauf der Himmelsgegenden am Tag sehr gut und bei einer rein qualitativen Bewertung der Farben, wie sie hier aus didaktischen Gründen propagiert wird, ist ein höherer Aufwand, wie er bei einer weiteren Präzisierung der Intensitätsfunktion des Himmelslichtes erforderlich wäre, auch nicht gerechtfertigt. Zur Bewertung der Güte der Funktionen I_1 , I_2 und I_3 sind die Farbvalenzen der damit berechneten blauen Himmelsfarben in das Farbdiagramm der Abbildung 16 eingetragen. Es handelt sich jeweils um die Zenitfarben bei einer Zenitdistanz der Sonne von 50° . Das Diagramm zeigt viele andere Farbwerte für das Tageslicht, wie sie bei Messungen unter verschiedenen Umständen und Berechnungen auf der Basis verschiedener Modelle gewonnen wurden. Wie man anhand eines Vergleichs der verschiedenen Einträge sieht, ordnet sich das Ergebnis für das Himmelsblau aus dieser Arbeit in den richtigen Bereich des Farbdiagramms ein. Die Quellen für die anderen Beiträge in diesem Farbdiagramm sind ebenfalls in [8] zu finden.

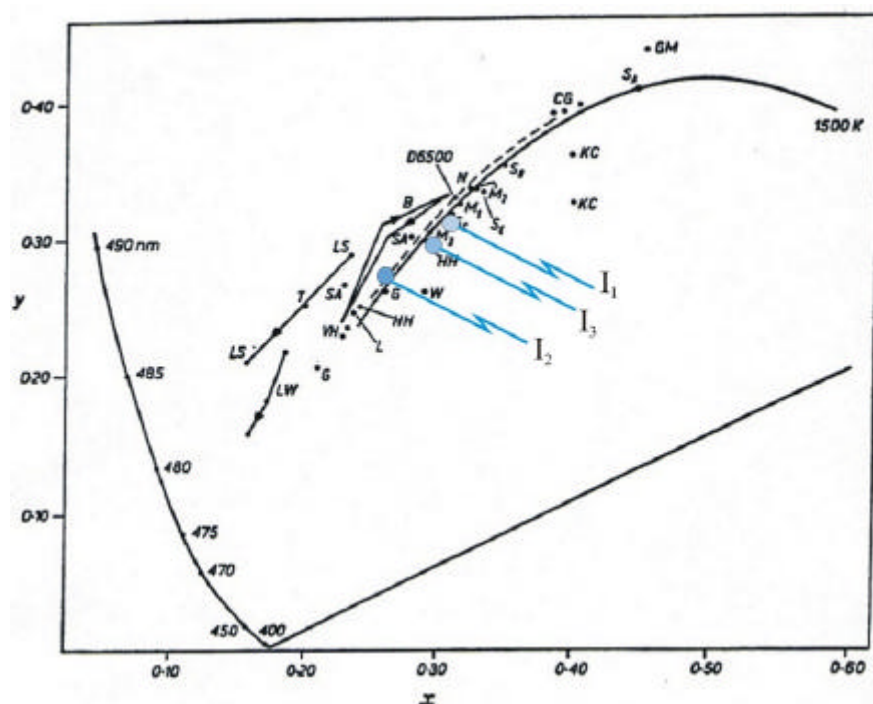


FIG. 19. Chromaticities of standard sources, Planckian radiators and CIE daylight; observed and calculated values for air, sea and sky.

Solid curve: Planckian radiators from 1500 K to ∞ .

Broken curve: reconstituted daylight from 4000 K to 25 000 K.

S_A, S_B, S_C, S_E : Standard Illuminants.

GM: gas mantle (Chapter 17).

CG: Condit and Grum, daylight examples.⁽²⁴⁶⁾

KC: Knestrick and Curcio, daylight examples (see Fig. 40).⁽²⁶²⁾

N: Nicolet, extraterrestrial sunlight (Table 3) used by Bullrich and Lenoble.⁽²²⁰⁾

M_1 : Middleton, incident radiation assumed.⁽²¹⁴⁾

M_2 : Middleton, calculated overcast sky, urban conditions.

M_3 : Middleton, calculated overcast sky, snow cover.

B: Bullrich, calculated sky, $0^\circ-90^\circ-0^\circ$, $h = 60^\circ$.⁹⁶

SA: Schimpf and Aschenbrenner, observations on air.⁽³²³⁾

HH: Hendley and Hecht, observed sky range.⁽³⁵¹⁾

W: Wright, sky in eclipse.⁽³⁰⁴⁾

G: Gadsden, observed range of twilight sky.⁽³⁵⁵⁾

L: Lenoble, calculated sky.⁽²¹⁷⁾

LS: Lenoble, calculated light in sea, decreasing z .⁽³³³⁾

LW: Lenoble, calculated light in pure water, decreasing z .⁽³³³⁾

T: Tyler, observation on lake water.⁽³³⁷⁾

VH: Hisdal, zenith sky light measured and calculated.⁽²⁶³⁾

Abbildung 16: Farbwerte für Tageslicht (verschiedene Messungen und Berechnungen; siehe [8]). Zusätzlich eingetragen sind die Zenitfarben infolge der drei hier diskutierten Intensitätsfunktionen bei einer Zenitdistanz der Sonne von 50° .

Das Blau der Zenitgegend des Himmels lässt sich durch eine Planck-Kurve mit einer Farbtemperatur von ca. 9 000 K erzielen. Deshalb ordnet man dem Himmelsblau diese etwaige Farbtemperatur zu. Sie liegt deutlich höher als die Strahlungstemperatur der Sonne, worin zum Ausdruck kommt, dass die farbselektiven Streuphänomene in der Erdatmosphäre die einzelnen farblichen Komponenten im sichtbaren Licht der Sonne hervorheben können und damit Erscheinungen bewirken, die ein glühender Körper mit Planck-verteilter Intensität allein in der menschlichen Wahrnehmung nicht hervorzurufen vermag.

Die Himmelsfarbe in der „Blauen Stunde“

Bei Sonnenuntergang beginnt die „Blaue Stunde“, die wegen der tiefblauen Himmelsfarbe in der Zenitgegend diesen Namen erhalten hat. Berechnet man die Farbe der Zenitgegend mit der Modellfunktion I_3 des Himmelslichtes, so erhält man einen gräulichen blaugrünen Farbton. Mit der Funktion I_2 , die den blauen Tageshimmel sehr gut beschreibt, gibt es bei Sonnenuntergang sogar einen dramatischen Farbumschlag nach Gelb, der im großen Widerspruch zur natürlichen Dämmerungsfarbe steht.

Die Ursache der tiefblauen Himmelsfarbe in der nautischen Dämmerung blieb unverstanden, bis Hulburt sie 1952 auf das stratosphärische Ozon zurückführen konnte [6]. Das Ozon in der Hochatmosphäre wurde durch diesen wesentlichen Beitrag zur blauen Dämmerungsfarbe überhaupt erst entdeckt. Die Farbberechnung bewährte sich damit als echtes Instrument der Atmosphärenforschung.

Die lichtabschwächende und farbselektive Wirkung der Ozonschicht ist bereits bei den Intensitätsfunktionen I_1 , I_2 und I_3 für das Himmelslicht berücksichtigt. Diese stark vereinfachenden Modelle nehmen aber nicht Bezug auf den geometrischen Sonderfall, der in der Blauen Stunde vorliegt, und sie können damit das Tiefblau des Dämmerungshimmels nicht erklären. In diesem Abschnitt wird der geometrische Sonderfall nach Sonnenuntergang separat behandelt und in das Modell des Himmelslichtes eingefügt.

Die untergegangene Sonne (mit einer Zenitdistanz von z.B. $z = 105^\circ$) beleuchtet noch die dünne Luftschicht in der Zenitgegend, die sich über die Skalenatmosphäre von 8 km Höhe hinaus erhebt und sich mit dem Übergang in das Vakuum des Weltraums nach und nach verflüchtigt (Abb. 17). Die Sonnenstrahlen, die die Restatmosphäre im Zenit noch erreichen, durchlaufen nicht den dichten Bereich der unteren Atmosphäre, sondern die Stratosphäre in einigen zehn Kilometern Höhe, wo sich auch die Ozonmoleküle befinden. Auf dem Weg durch die Hochatmosphäre erleidet das einfallende Sonnenlicht eine Abschwächung durch die Rayleigh-Streuung an den restlichen Luftmolekülen und an den Ozonmolekülen. Die Höhenluft ist deutlich dünner als die Luft am Erdboden, was sich in einer stark vergrößerten mittleren freien Weglänge äußert. Durch die Rayleigh-Streuung in der Hochatmosphäre wird das Sonnenlicht in Direktsicht deshalb kaum noch gerötet. Beim Durchlaufen der Ozonschicht wird dagegen wegen der Chappuis-Absorptionsbande des Ozonmoleküls Gelb und Grün vollständig herausgestreut, denn bei einem flachen Lichteinfall auf die Ozonschicht sind die Lichtstrecken innerhalb dieser dünnen Gaslage bis auf fast 400 m extrem verlängert. Damit steigt der relative Blauanteil der durchgehenden Intensität sehr stark an. Die Mie-Streuung spielt dagegen keine Rolle für das Licht der Zenitgegend, weil die Strahlen der untergegangenen Sonne, welche auf den Zenit des Beobachters treffen, i.a. oberhalb der Aerosolschicht verlaufen.

Ein Lichtstrahl, der beim Durchlaufen der Ozonschicht ihren unteren Rand tangiert, legt darin 392 m zurück (Abb. 17). Diese Wegstrecke ist um Größenordnungen länger als die mittlere freie Weglänge für grünes und gelbes Licht in der Schicht, und folglich werden alle diese Anteile aus dem Lichtstrahl mit dieser geometrischen Eigenschaft getilgt (auch, wenn sich der Lichtweg im Größenordnungsbereich von nur einem Meter bewegt, da sich auch darin noch viele freie Weglängen unterbringen lassen). Diese Lichtstrahlen mit maximaler Ozon-Extinktion und vollständiger Tilgung grüner und gelber Anteile treffen die Luft der Zenitgegend des Beobachters an einer Stelle, die zwischen 20 km und ca. 100 km Höhe liegt, wo die Rayleigh-Streuung an der stark ausgedünnten Luft erfolgt.

Die geschilderten Phasen der Farbentstehung werden nun bei der Konstruktion einer Intensitätsfunktion I_{BS} des Lichtes in der Blauen Stunde umgesetzt. Die Funktion enthält die Planck-verteilte Intensität der Sonnenstrahlung I_0 , die Extinktion durch die Ozonschicht und die Luft der Hochatmosphäre, die Lichtstreuung an den restlichen Luftmolekülen der Hochatmosphäre und die übliche Abschwächung dieses Streulichtes beim Durchlaufen der Skalenatmosphären aus Luft und Aerosolen:

$$I_{BS} = I_0(I) \cdot \underbrace{\left[e^{-\frac{S_{Luft}(z_S)}{l_{Luft}(I,h)}} \cdot e^{-\frac{S_{Ozon}(z_S)}{l_{Ozon}(I)}} \right]}_{\text{Abschwächung der hoch einfallenden Intensität durch dünne Luft und Ozon}} \cdot \underbrace{\left[1 - e^{-\frac{S_{Luft}(z_S)}{l_{Luft}(h,I)}}} \right]}_{\text{gestreuter Intensitätsanteil durch dünne Luft im Zenit}} \cdot \underbrace{\left[e^{-\frac{S_{Luft}(z_{HE})}{l_{Luft}(I)}} \cdot e^{-\frac{S_{Aerosole}(z_{HE})}{l_{Aerosole}(I)}} \right]}_{\text{Abschwächung der gestreuten Intensität durch Luft und Aerosole}}$$

Bei der Berechnung der Abschwächung des aus dem Zenit ankommenden Lichtes (dritter eingeklammelter Faktor) geht wie gewohnt die Zenitdistanz der betrachteten Himmelsgegend z_H ein. Ferner die üblichen Lichtstrecken und freien Weglängen in den Skalenatmosphären. Bei der Beleuchtung der Zenitgegend (erster Klammerfaktor) und der Streuung (zweiter Klammerfaktor) sind die Lichtstrecken durch die dünne Luft und durch das Ozon neu zu berechnen. Ebenso die freie Weglänge in der dünnen Luft, die höhenabhängig ist und im Vergleich zur freien Weglänge in der Skalenatmosphäre deutlich erhöht ist. Sie unterscheidet sich von der freien Weglänge am Erdboden durch den Faktor $exp(h/H)$:

$$l_{Luft}(h) = \frac{1}{n \cdot s_{Thomson}} \cdot \left(\frac{I}{I_0} \right)^4 \cdot e^{\frac{h}{H}} = l_{Luft}(h=0) \cdot e^{\frac{h}{H}}$$

Die geometrischen Lichtstrecken werden anhand der Abbildung 17 ermittelt. Der maximale Lichtweg in der dünnen Ozonschicht berechnet sich zu:

$$l_{Ozon,max} = 2 \cdot \sqrt{\Delta^2 + 2 \cdot (R + H_{Ozon}) \cdot \Delta} \approx 2 \cdot \sqrt{2 \cdot (R + H_{Ozon}) \cdot \Delta} \approx 392 \text{ m}$$

Er ist unabhängig von der negativen Sonnenhöhe ($90^\circ - z$). Der Winkel ($90^\circ - z$) ist auch die Winkelspanne zwischen dem Beobachter B und dem gedachten Beobachter B' , der die Sonne in ihrem Untergang am Horizont sieht. Der Winkel vergrößert sich mit der Zeit, was eine Bestrahlung höher liegender Luftschichten im Zenit von B durch den die Ozonschicht schneidenden Lichtstrahl zur Folge hat. Den geometrischen Lichtweg durch die Luft der Hochatmosphäre gewinnt man durch die Auswertung des Dreiecks aus der Erdmitte M , dem Zenit Z des Beobachters B und dem Zenit Z' des Sonnenuntergangsbeobachters B' . Der gesamte Lichtweg entspricht maximal dem Doppelten der kurzen Kathete dieses rechtwinkligen Dreiecks. Im Allgemeinen ist er etwas kürzer, wenn andere Himmelsgegenden als der Zenit als Herkunftsorte des Streulichtes betrachtet werden.

Die gegenüber den bisherigen Betrachtungen zwei wesentlichen Neuerungen sind 1) das extrem flache Durchschneiden der Ozonschicht mit Lichtstrecken von einigen hundert Metern und 2) die wegen der geringeren Luftdichte in der Höhe stark vergrößerte mittlere freie Weglänge der Rayleighstreuung. Dies führt bei der Farbberechnung zu einer tiefblauen Farbe in der Zenitregion.

Bei einem realistischen Vergleich mit der Wirklichkeit ist schließlich noch das „normale“ Himmelslicht zu berücksichtigen, welches nicht auf dem Umweg über die Hochatmosphäre als tiefes Blau in den Zenit des Beobachters „hineintröpfelt“, sondern durch die Beleuchtung der Skalenatmosphären aus Luft und Aerosolen zustande kommt. Diese beiden Anteile der Dämmerungshelligkeit müssen im richtigen Verhältnis gemischt werden, um den Farbumschwung beim Übergang vom Tag zur Nacht beschreiben zu können. Das blaue Streulicht aus der Zenitgegend wird im Verlauf der Dämmerung immer schwächer, weil nur noch sehr wenige Luftmoleküle in etlichen zehn Kilometern Höhe als Streuzentren für Sonnenlicht vorhanden sind. Nur noch hohe Schichten der Atmosphäre werden dann noch von der Sonne bestrahlt. Der Intensitätsabfall des Lichtes aus der gewöhnlichen atmosphärischen Rayleigh-Streuung ist allerdings noch größer als der des Ozon-Blaus aus der Zenitgegend. Der Zenit hat bei Sonnenuntergang eine Flächenhelligkeit von ca. $3 \cdot 10^7 \text{ nl}$ (Nanolambert), in der bürgerlichen Dämmerung $1 \cdot 10^5 \text{ nl}$ und in der nautischen Dämmerung 300 nl . Der dunkle Nachthimmel nach Abklingen der astronomischen Dämmerung hat immer noch eine Helligkeit von 20 nl (Airglow, nicht auflösbare Sterne, Streulicht von der Milchstraße, leuchtende Gaswolken) [5]. Zur Vervollständigung: Der Tageshimmel hat im Zenit $5 \cdot 10^8 \text{ nl}$ und die Halbmondfläche $3 \cdot 10^8 \text{ nl}$.

Bei Sonnenuntergang setzt sich die Zenithelligkeit etwa zu gleichen Anteilen aus dem Ozon-Blau und der "normalen" Rayleigh-Streuung zusammen [6], während gegen Ende der nautischen Dämmerung (Zenitdistanz $z = 105^\circ$) das Ozon-Blau rd. zehnfach bis hundertmal intensiver ist als das bereits weitgehend abgeklungene Rayleigh-Streulicht, das nur noch in Horizontnähe etwas zum Himmelslicht beiträgt. Der Farbübergang zum Ozon-Blau der Blauen Stunde lässt sich im Modell simulieren, wenn die relativen Intensitäten dieser beiden Komponenten im Zenit gemäß dieser veränderlichen Intensitätsverhältnisse im Verlauf der Dämmerung gemischt werden.

Die Zenitdistanz der beobachteten Himmelsgegend kommt bei dieser Mischung nun dadurch ins Spiel, dass das Ozon-Blau eines Atmosphärenvolumens großer Zenitdistanz sich über den Abstand zwischen dem betrachteten Atmosphärenelement (die Strecke S_H in Abbildung 17) und dem Beobachter gemäß der bekannten quadratischen Abhängigkeit abschwächt. Im Vergleich zum Zenit, wo der Streuort den Abstand H_{Zenit} (siehe Abbildung 17) vom Betrachter entfernt liegt, verhält sich die relative Intensität des Ozon-Blaus bei anderen Zenitdistanzen der Himmelsbeobachtung wegen des größeren Abstands S_H zum Streuort wie:

$$\frac{I_{\text{Zenit}}}{I_{\text{anderer Streuort}}} = \left(\frac{H_{\text{Zenit}}}{S_{HE}} \right)^2$$

Im Zenit überwiegt das Ozon-Blau in der Blauen Stunde bei weitem, während es sich in Horizontnähe durch diesen Abstandseffekt selbst so weit abgeschwächt hat, dass es eine Mischfarbe mit dem Resten der Farbwirkung der gewöhnlichen Rayleigh- und Aerosol-Streuung bildet. Auf diese Weise kommt es am Himmel zu einem Farbverlauf, der einem die visuelle Unterscheidung zwischen dem Zenitbereich mit überwiegendem "Ozon-Blau" und dem Horizontbereich leicht macht, wo das rötlich bis gelblich-grüne Licht der gewöhnlichen Streuung an Luft und Aerosolen noch intensitätstärker als das Ozon-Blau ist (Abb. 18).

Himmelsfarbe in Abhängigkeit von der Zenitdistanz der Sonne z_s und der Zenitdistanz der Himmelsbeobachtung z_i

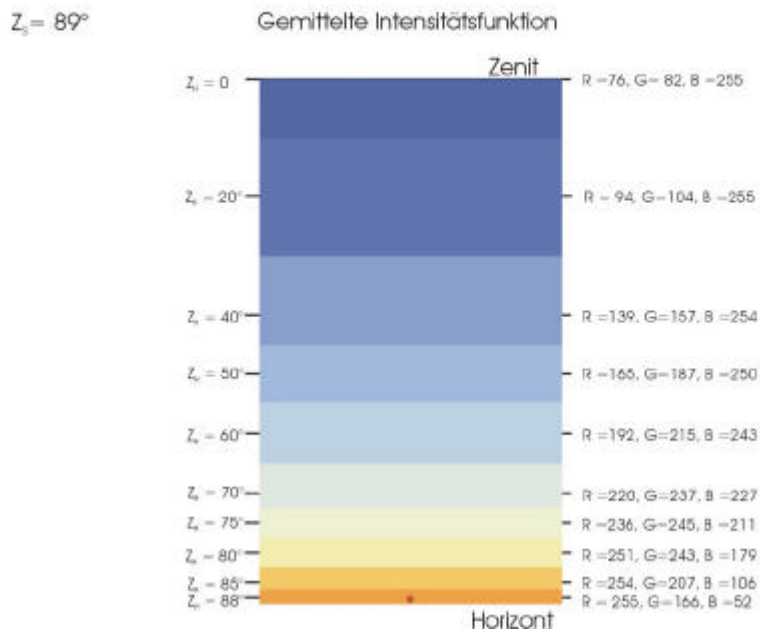


Abbildung 18: Berechnung der Himmelsfarbe bei Sonnenuntergang mit Berücksichtigung des Effektes des tiefblauen Zenitlichtes, welches durch die farbselektive Wirkung des stratosphärischen Ozon bei streifender Durchstrahlung zustande kommt. Durch den Vergleich mit Abbildung 14 sieht man den Effekt der Zumischung des "Ozon-Blaus". In Horizontnähe überwiegt immer noch das Himmelslicht aus Rayleigh- und Mie-Streuung.

Zusammenfassung und Bewertung

Mit den in dieser Arbeit diskutierten Modellvorstellungen wurde das gesteckte Ziel einer qualitativ korrekten Simulation der Himmelsfarben unter verschiedenen Umständen völlig befriedigend und vergleichsweise mühelos erreicht. Eine noch genauere Berechnung setzt die Untersuchung der Winkelcharakteristik der Streuvorgänge und der Vielfachstreuung ebenso voraus, wie die Integration über die verschiedenen Atmosphärenschichten unterschiedlichster Dichte und Zusammensetzung aus Luft, Aerosolen und Ozon. Also ein ungleich höherer theoretischer und mathematischer Aufwand, der didaktisch wohl nicht mehr zu rechtfertigen wäre.

Das einfache Modell für das Himmelslicht (Intensitätsfunktion I_3) lässt die Ausweitung der Diskussion auf die Farberscheinungen in anderen Planetenatmosphären, fremden Welten mit einer andersfarbigen Sonne u.ä. prinzipiell zu. Probeweise wurde dies für verschiedene Aerosolgemische versucht, was anhand der Variation der freien Parameter Mieexponent, Aerosol-Skalenhöhe und - Teilchendichte leicht möglich ist. Damit lässt sich mühelos ein intensives Abendrot - auch mit purpurnen Farbtönen - simulieren, wie es z.B. nach dem großen Vulkanausbruch des Krakatau 1883 jahrelang weltweit beobachtbar war, bis sich die zusätzlichen durch den Vulkan emporgeschleuderten Aerosole wieder auf dem Erdboden abgesetzt hatten.

Die simulierten Ansichten des Himmels in diesen Fällen sind in einem extra HTML-Dokument zusammengestellt. Dieses Dokument umfasst auch nochmals Bildserien für die Himmelsansicht

über alle Zenitdistanzen der Sonne - mit und ohne den Effekt des Ozon-Blaus- bis hin zum Abklingen des Lichtes in der Dämmerung. Die dort veröffentlichten Bilder zeigen feinere Abstufungen als die groben Himmelsansichten in dieser Arbeit und sie sind deshalb viel schöner anzusehen als diese hier. Man kann sie als Einzelbilder in schneller Aufeinanderfolge am Bildschirm ansehen und damit den Verlauf der Farberscheinungen vom hellen Tag bis zur Dämmerung quasi simulieren.

Danksagung

Der Autor bedankt sich bei Dr. Ute Kraus, Institut für Astrophysik der Universität Tübingen, für die Hilfestellung bei der Berechnung der Farbwerte und die Überlassung elektronisch gespeicherter Daten für die Farbnormwertfunktionen.

Literatur

- [1] G. Wyszecki & W.S. Stiles: Color Science, 2nd Edition, John Wiley & Sons 1982
- [2] H. Niedrig (Hrsg.): Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 3 Optik, 9. Aufl., Walter de Gruyter Verlag 1993
- [3] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: The Feynman Lectures on Physics I; 6th printing, Addison-Wesley, Reading MA 1977, Lecture 32-5
- [4] W. Roedel: Physik unserer Umwelt – die Atmosphäre; 2. Aufl., Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York 1994
- [5] B. E. Schaefer: Astronomy and the Limits of Vision; Vistas in astronomy, Vol. 36, pp 311-361, 1993
- [6] E.O. Hulburt: Explanation of the Brightness and Color of the Sky, Particularly the Twilight Sky; Jour. Opt. Soc. Am., Vol. 43 (2), Feb. 1953, pp 113 – 118
- [7] A. Vassy & E. Vassy: Effect of Temperature on the Absorption Spectrum of Ozone: Chappuis Bands; Jour. Chem. Phys., Vol. 16 (12), Dec. 1948, pp 1163 – 1164
- [8] S. T. Henderson: Daylight and its spectrum; Adam Hilger, London 1970