

Sonne, Mond und Erde

Eine kurze Einführung in die geozentrische Himmelskunde

von Burkard Steinrücken, Universität Dortmund

- 1. Die Erde als Beobachtungsstandpunkt**
 - 1. Die Bahnen von Sonne, Mond und Sternen**
 - 2. Horizont- und Äquatorsystem**
 - 3. Beobachtete und idealisierte Koordinaten**

1. Die Erde als Beobachtungsstandpunkt

1.1. Die Bahnen von Sonne, Mond und Sternen

„Im Osten geht die Sonne auf,
im Süden nimmt sie ihren Lauf,
im Westen wird sie untergeh'n,
im Norden ist sie nie zu sehen.“

Mit dieser alten Spruchweisheit erlernen bereits kleine Kinder die Allerwichtigste Begebenheiten des Alltags, um sich einem Verständnis der Abfolge von hell und dunkel, von Tag und Nacht zu nähern und den Lauf der Sonne als Ursache dafür anzusehen. Bereits dieser Spruch zeigt die Bedeutsamkeit einer geozentrischen Weltbeobachtung. Nur auf solche Weise begegnen wir den kosmischen Vorgängen unmittelbar. Alle Abstraktion hin zu Weltsystemen mit anderen Bezugspunkten können nur auf der Basis und dem Verständnis der beobachterzentrierten Ausgangsposition gelingen.

Der oben zitierte Vers zeigt aber auch deutlich die Gültigkeitsgrenzen der anthropozentrischen Weltansicht auf. Er gilt nur in unseren Breiten. Sowohl im hohen Norden jenseits des Polarkreises als auch in den Tropen und der südlichen Hemisphäre unserer Erde läßt sich die Sonne zumindest von mal zu mal auch im Norden beobachten. Viele Aussagen eines Beobachters, der von einem festen irdischen Standpunkt Himmelsbeobachtung betreibt, haben nur Gültigkeit im Bezugssystem seines lokalen Horizontes und werden von anderen Beobachtern an anderen Stellen der Weltkugel anders erlebt. Folglich ist die Zuordnung des kosmischen Geschehens „Sonnenlauf“ zu den Himmelsrichtungen, wie es in dem Vers geschieht, keine allgemeingültige und endgültige Erkenntnis, sondern jeweils für nur einen Standort individuell richtig. Es gilt, die jeweils richtigen Eindrücke vieler Beobachter unter höheren Gesichtspunkten zu einer für alle gültigen Erkenntnis zu vereinen. Die Geschichte der Astronomie und der Naturwissenschaften ist ein Prozess, der in vielen Schritten zu solchen abstrakten Theorien führt, die sich von der ausschließlichen Gültigkeit der Einzelbeobachtung ablösen und einen Blick auf die Gesamtheit der Vorgänge zulassen.

Eine Astronomiedidaktik, die dem gerecht werden will, muss beides, die abstrakte Theorie unter der sich die Vielzahl der Phänomene zusammenfassen lässt und die individuellen Beobachtungsergebnisse des Lehrenden, im Auge behalten, wenn die Erfolge der Wissenschaft und die Wege dorthin klar und einsichtig bleiben sollen.

Im Schulbuch wird dieser Weg aus Platz und Zeitgründen dramatisch abgekürzt, um rasch zu erlernbaren Ergebnissen zu gelangen wie „Die Erde dreht sich in einem Tag einmal um ihre Achse.“ oder „Die Erde umläuft die Sonne in einem Jahr.“ Der unmittelbaren Himmelsbeobachtung kann keiner dieser Lehrsätze abgewonnen werden, und wie schwierig z.B. der Nachweis einer solchen vermeintlichen Trivialweisheit ist, zeigt die Debatte um das Ptolemäische und das Kopernikanische Weltbild, die schließlich erst 1728 mit der Entdeckung der Aberration des Sternlichts (bei der Sternbeobachtung muss ein Teleskop um den kleinen Winkel von 21 Bogensekunden vorgehalten werden, da die Geschwindigkeit der Jahresbewegung von rund 30 km/s gegen die Geschwindigkeit des Sternlichtes zwar klein aber nicht vernachlässigbar ist) von Bradley endgültig zugunsten der heliozentrischen Auffassung des Kopernikus entschieden wurde.

Obwohl es mit den Mitteln der beobachterzentrierten Astronomie, wie wir sie in dieser Arbeit entwickeln werden, nicht möglich ist, diese vermeintliche Trivialität zu beweisen, stellt die erste Abbildung die heliozentrische Weltansicht vor. Abbildung 1 zeigt die Sonne im Mittelpunkt des Weltalls. Das Weltall findet in dieser Darstellung seine Grenzen an der äußeren Sphäre, an der auch die Sterne angeheftet seien. Diese altertümliche Sichtweise ist

nicht haltbar, wie die moderne Astronomie gezeigt hat. Die Vorstellung der Sternensphäre entspringt unserer Unkenntnis der wahren Abstände im All, die erst 1838 mit der Entdeckung der Fixsternparallaxe des Sterns 61 Cygni durch Friedrich Bessel allmählich zugänglich wurden. Ein Beobachter, der unter dem nächtlichen Firmament seine Beobachtungen anstellt, kann die räumliche Tiefe des Alls nicht erfassen. Die Sternpositionen kann er nur durch ihre relative Lage zueinander unterscheiden, welche sich durch Angabe zweier Winkel (analog zu Länge und Breite auf der Erdkugel) zahlenmäßig erfassen lässt, wenn zuvor ein geeigneter Bezugspunkt gewählt wurde. Die mithin gedachte Sphäre, die die Sterne zu tragen scheint, wird auch als „Himmelskugel“ bezeichnet. In ihrem Inneren spielt sich das Geschehen der Planetenbewegung ab. So umläuft die Erde die Sonne auf einer jährlichen Bahn. Da wir die Bewegung der Erde nicht verspüren, denn der Planetenlauf ist ein freier Fall im Schwerfeld der Sonne, den sowohl der Erdkörper als auch die darauf befindlichen Dinge in gleicher Weise vollführen, ist die Erde für unsere Wahrnehmung, die uns mit dem Erdkörper in Beziehung bringt, in Ruhe. Sähe man nun neben der Sonne auch am Tag die Sterne, so könnte man meinen, sie - die Sonne! - würde beständig am Sternenhimmel wandern, und zwar durch jene Sternregionen, die als Sternbildkulisse in der Ebene der Erdbahn stehen. Diese vermeintliche Sonnenbewegung rührt von unserer eigenen, nicht spürbaren Wanderung um das Zentralgestirn her. Die Abbildung 1 verdeutlicht uns, dass wir bei Frühlingsbeginn am 21. März die Sonne im Sternzeichen des Widlers sehen und drei Monate später, wenn am 21. 6. auf der Nordhalbkugel der Sommer beginnt, die Sonne bereits im Zeichen der Waage aufscheint. Ein unvoreingenommener Beobachter wird meinen, die Sonne selbst vollführe einen jährlichen Umlauf durch diese Tierkreis genannte Zone, wenn er mit geeigneten Beobachtungstechniken dem Sternenhimmel diese Erkenntnis entreißt.

Abbildung 2 zeigt nun, wie dieser vermeintliche jährliche Sonnenlauf zu deutlichen, leicht beobachtbaren Veränderungen in der Länge des Lichttages (der Zeitspanne zwischen Sonnenauf- und Sonnenuntergang) führt. Ein Beobachter sieht den Sonnenaufgangspunkt im Laufe des Jahres zwischen zwei Wendemarken am Hozhorizont des Himmels hin- und herpendeln. Geht die Sonne im Nordosten auf, so erreicht sie im Süden einen höheren Stand als bei einem Aufgang im Südosten. Über den Tag gerechnet verbleibt die im Nordosten aufgehende Sonne eine längere Zeitspanne oberhalb des Horizontes als eine im Südosten aufgehende Sonne. Offensichtlich wandert die Sonne im Laufe des Jahres an verschiedene Himmelspositionen, so dass diese Veränderung der Aufgangspunkte und die variable Länge des Lichttages möglich sind.

Diese Veränderungen der Sonnenposition lassen sich erfassen, wenn ein Bezugssystem für den im Zentrum befindlichen Beobachter eingeführt wird. Dieses System wird „Horizontsystem“ genannt und es ist an dem einzigen Punkt der Himmelskugel, welcher für den Beobachter eine vor allen anderen Punkten ausgezeichnete Bedeutung hat, gleichsam angeheftet. Dieser Punkt ist der „Zenit“, und er befindet sich geradewegs über dem Beobachter, so dass ein Lot, welches an diesem imaginären Punkt angebracht wäre, sich über dem Kopf des Beobachters einpendeln würde. Die Schwerkraft also ermöglicht das Auffinden des Zenits. Ein idealisierter Horizont ohne Landschaftsprofil ergibt sich nun aus der Menge aller Punkte der Himmelskugel, die einen Winkelabstand von 90 Grad zum Zenit aufweisen. Diese Punkte verlaufen auf einem Großkreis, der sich aus einem Schnitt der Kugel durch den Mittelpunkt ergibt. Längs eines Großkreises werden zwei Punkte durch den kürzestmöglichen Bogen verknüpft. Alle Winkelrechnungen, die hier durchgeführt werden, basieren auf Großkreisen bzw. auf Winkeldreiecken, die aus drei Großkreissegmenten gebildet werden.

Die zwei Winkelkoordinaten des Horizontsystems sind der Intuition leicht zugänglich. Es sind der *Höhenwinkel* oder die *Höhe* h und der *Azimuthalwinkel* bzw. *Azimuth* a , der längs des Horizontes, ausgehend von Süd in Richtung West, gezählt wird (siehe Abbildung 3).

Koordinaten im Horizontalsystem

Höhe h über dem Horizont (bzw. Zenitdistanz $z = 90^\circ - h$),
Winkelbereich oberhalb des Horizontes $0-90^\circ$, unterhalb des Horizontes $-90^\circ-0$

Azimuth a , gemessen von Süd über West, Nord und Ost, Winkelbereich $0-360^\circ$

Mit Hilfe dieser Koordinaten lässt sich das oben beschriebene Phänomen der wandernden Sonnenaufgangsposition durch die Angabe unterschiedlicher Aufgangsazimuthe erfassen („Aufgang“ eines Gestirns entspricht der Höhe $h = 0$ am Osthorizont; Genaueres später).

Für die Astronomie bedeutsam ist ein zweites Koordinatensystem, das „Äquatorialsystem“, welches eine Projektion des irdischen Koordinatensystems von Länge und Breite an die Himmelskugel ist. Der ausgezeichnete Punkt der Sphäre ist hier der Pol der Gestirnsbewegung. Der tägliche Umschwung des Himmelsgewölbes Richtung Westen erklärt sich durch die nach Osten erfolgende Erddrehung. Eine Verlängerung der Erdachse zur Himmelskugel trifft diese im Himmelspol (siehe Abbildung 4). Der fundamentale Großkreis mit 90° Winkelabstand zum Himmelspol heißt „Himmelsäquator“. Er ergibt sich auch durch Projektion des Erdäquators an die Sphäre. Die Position von Himmelspol und -äquator im Horizontsystem ist abhängig von der geographischen Breite ϕ eines Beobachters. Der Winkelabstand des Himmelspols vom Nordpunkt des Horizontes - die „Polhöhe“ - ist gleich der geographischen Breite. Abbildung 5 veranschaulicht dies. Dort ist ein Schnitt durch die Erdkugel dargestellt, der durch Erdmittelpunkt M , Nordpol N und Beobachter B verläuft. Ebenfalls eingezeichnet ist die Nord-Süd-Linie des Beobachters als horizontale Bezugslinie zur Höhenmessung des Polarsterns. Zurück zu Abbildung 4. Der Himmelsäquator schneidet den Ost und Westpunkt des Horizontes und erreicht im Süden mit einer Höhe von $90^\circ - \phi$ den höchsten Stand. Die beiden Großkreisebenen des Horizontes und des Himmelsäquators schneiden sich in einer Linie, die von Ost nach West und durch den Standpunkt des Beobachters verläuft. Im Süden erreicht jedes Gestirn, unabhängig von der Position an der Sphäre, seinen Höchststand („obere Kulmination“), im Norden seinen Tiefststand („untere Kulmination“). Diese Aussage gilt jedoch nur auf der Nordhalbkugel. Auf der Südhalbkugel liegt der Himmelspol in Richtung Süden. Auf der Westseite wiederholt sich nach dem Höchststand - der „Kulmination“ - das Geschehen auf der Ostseite in symmetrischer Weise. Der Großkreis, der die Himmelskugel gemäß dieser Symmetrie in zwei gleiche Teile teilt, heißt „Meridian“. Er verläuft vom Nordpunkt über den Zenit zum Südpunkt und auch der Himmelspol liegt auf ihm. Die Himmelskugel dreht sich, was uns nur wegen der nicht unmittelbar sinnlich wahrnehmbaren Erddrehung so erscheint, und somit lässt sich durch ein geeignetes Winkelmaß, welches bei der Verdrehung gleichmäßig anwächst, ein Zeitmaß einführen.

Die Winkelkoordinaten des Äquatorialsystems ergeben sich nun in analoger Weise zum Horizontalsystem. Zunächst wird das betrachtete Gestirn auf der Sphäre durch einen Großkreis, der den Himmelsäquator im rechten Winkel schneidet, mit dem Himmelspol verbunden. Dieser Kreis heißt „Stundenkreis“ des Gestirns. Der Winkelabstand eines Gestirns längs des Stundenkreises vom Äquator wird „Deklination“ δ genannt und auf der nördlichen Hemisphäre positiv, auf der südlichen negativ vom Äquator aus gezählt. Der Winkel, der sich am Himmelspol zwischen dem Meridian und dem Stundenkreis aufspannt, wird „Stundenwinkel“ genannt und mit t abgekürzt. Auf dem Südmeridian ist er Null und er wächst zu positiven Werten bei der Drehung gen Westen. Er ist das gesuchte Zeitmaß, welches sich, in Winkelgraden ausgedrückt, in der Himmelsgeometrie verbirgt.

Koordinaten im ortsfesten Äquatorialsystem

Deklination δ : Winkelabstand des Gestirns vom Himmelsäquator längs des Stundenkreises
Winkelbereich der nördlichen Hemisphäre 0 bis 90° , der südlichen Hemisphäre -90° bis 0

Stundenwinkel t : Winkel zwischen Meridian und Stundenkreis

Das geschilderte Koordinatensystem wird „ortsfestes“ Äquatorialsystem genannt, da die Zeitkoordinate Stundenwinkel in Bezug zum ortsfesten Meridian gerechnet wird und sich wegen der Drehung der Himmelskugel ständig verändert. Stattdessen kann man als Ausgangspunkt einer Längenzählung einen dem Nullmeridian von Greenwich vergleichbaren Stundenkreis der Himmelskugel wählen und alle anderen Gestirnsstundenkreise auf diesen beziehen. Dann ist das Koordinatensystem fest am Himmel verankert, dreht sich aber insgesamt ständig mit. Ein solches System wird z.B. in Sternkatalogen eingesetzt, um die relative Lage der Gestirne zueinander festzulegen. In dem Fall kommt es ja nicht darauf an, eine Information über die momentane Lage der sich drehenden Himmelskugel mitzuteilen. Der Bezugsstundenkreis dieses „himmelfesten“ Koordinatensystems ist der Stundenkreis des Frühlingspunktes. Die Winkeldistanz zwischen dem Stundenkreis des Frühlingspunktes und dem Stundenkreis eines beliebigen Gestirns wird „Rektaszension“ α des Gestirns genannt. Die Rektaszension ist 0 beim Frühlingspunkt und steigt gegen den Uhrzeigersinn an, wenn man von Norden auf die Himmelskugel herabblickt (siehe Abbildungen 6 und 7). Die Zählweise erfolgt damit gegen die Bewegungsrichtung der Himmelskugel. Die Rektaszension kann im Winkelmaß mit Werten zwischen 0 und 360° angegeben werden. Üblich ist aber das Zeitmaß, bei dem eine volle Umdrehung in 24 Stunden geteilt wird. Eine Stunde entspricht somit 15° , 4 Minuten 1° , 4 Sekunden $1'$ (Bogenminuten), 4 Sekunden $1''$ (Bogensekunde).

Winkelmaß	Zeitmaß	Winkelmaß	Zeitmaß
360°	24 Stunden	$15'$	1 Minute
15°	1 Stunde	$1'$	4 Sekunden
1°	4 Minuten	$15''$	1 Sekunde

Tabelle: Umrechnung von Stundenwinkeln ins Zeitmaß

Koordinaten im himmelfesten Äquatorialsystem

Deklination δ : Winkelabstand des Gestirns vom Himmelsäquator längs des Stundenkreises
Winkelbereich der nördlichen Hemisphäre $0-90^\circ$, der südlichen Hemisphäre $-90^\circ-0$

Rektaszension α : Winkel zwischen dem Stundenkreis des Frühlingspunktes und dem Stundenkreis des Gestirns (gemessen im Zeitmaß von 0 - 24 Stunden gegen die Bewegungsrichtung der Himmelskugel)

Der zuvor erwähnte „Frühlingspunkt“ ergibt sich ebenso wie der „Herbstpunkt“ aus dem Schnitt der zwei Fundamentebenen des Himmelsäquators und der scheinbaren Sonnenbahn oder Ekliptik. Nun kommt der Sonnenlauf ins Spiel. Die scheinbare jährliche Wanderung führt die Sonne täglich an Himmelspositionen mit anderen Koordinaten in Deklination und Rektaszension, weil die Ekliptik die Äquatorebene zur Zeit unter einem Winkel von $23,44^\circ$ schneidet (Abbildung 8). Die Sonne wandert täglich im Sinn der Rektaszensionszählweise (also gegen die tägliche Drehung) ein knappes Winkelgrad auf der Ekliptik weiter, denn sie benötigt für einen vollen 360° -Umlauf rund 365,25 Tage. Wegen der Schiefelage der Ekliptik

gegen die Äquatorebene steht sie rund jeweils die Hälfte der Zeit auf der südlichen Hemisphäre bei negativen Deklinationen und auf der nördlichen Hemisphäre bei positiven Deklinationen. Abgesehen von den äußerst geringen Eigenbewegungen der übrigen Gestirne im Bereich von rund 0,001 bis 0,1 Bogensekunden pro Jahr ist die Sonne der einzige Stern, der seine Lage ständig und rasch verändert. Zur Erinnerung: Dies ist natürlich die Folge des jährlichen Umlaufs der Erde um die Sonne. Wenn die Sonne von der südlichen Hemisphäre auf die nördliche wechselt, schneidet sie den Äquator in aufsteigender Richtung im Frühlingspunkt. In dem Moment beginnt der astronomische Frühling und im Gregorianischen Kalender tritt dies zumeist am 21. März ein. Ein halbes Jahr später, um den 23. September, wenn die Sonne den Herbstpunkt durchläuft, wird sie wieder zum südlichen Stern. Die ständige Variation der Deklination ist demnach der Grund für die ständige Variation der Aufgangssazimuthe im Horizontsystem zwischen den Extremalwerten der Wenden (siehe Abbildung 2). Die Sonnenwenden treten ein, wenn die Sonne ihre maximalen Deklinationen von $\pm 23,44$ Grad erreicht. Sommersonnenwende auf der Nordhalbkugel ist am 21. Juni bei einer positiven Maximaldeklination, Wintersonnenwende am 21. Dezember bei der negativen Maximaldeklination. Da der Betrag der maximalen Deklination von $23,4^\circ$ bei der gegebenen Schiefelage der Ekliptik nicht überschritten werden kann, können auch die Aufgangssazimuthe nicht weiter nach Norden oder Süden wandern.

Leider kann die Sonne tagsüber nicht vor dem Sternenhintergrund beobachtet werden, denn die Sterne werden von der Helligkeit des Tageshimmels, die sich durch Streuung des Sonnenlichtes an den Molekülen unserer Luftatmosphäre erklärt, hoffnungslos überstrahlt. Nur während totaler Sonnenfinsternisse, wenn man sich im Kernschatten des Mondes befindet, lässt sich der Sternhimmel für eine kurze Zeit zusammen mit der verfinsterten Sonne beobachten und ihre momentane Position auf der Ekliptik bestimmen. Ansonsten muss die Wanderung der Sonne aus der jahreszeitlich veränderlichen Sichtbarkeit der Sternbilder in der Nacht erschlossen werden. Der Begriff „Ekliptik“, der sich sinngemäß mit „Verfinsterungszone“ übersetzen lässt, deutet auf die ideale Möglichkeit hin, die scheinbare Sonnenbahn und die momentane Sonnenposition aus der Beobachtung von Finsternissen zu gewinnen, die nur auf der Ekliptik stattfinden können. Noch vor der totalen Sonnenfinsternis, die für eine bestimmte Beobachtungsposition auf der Erde äußerst selten sind, sind hier die Mondfinsternisse zu nennen, von denen etwa alle ein bis zwei Jahre eine bei fester Beobachterposition auf dem Erdkörper zu beobachten ist. Dann allerdings muß aus der Lage des Erdschattens auf der Ekliptik auf die Lage der Sonne im Gegenpunkt zurückgeschlossen werden.

Eine grobe Kenntnis über den Verlauf der Ekliptik und die momentane Sonnenposition im himmelfesten Äquatorialsystem kann man aus der Beobachtung des Mondes und seiner Phase gewinnen. Der zunehmende Halbmond deutet die Sonnenposition an, die in drei Monaten erreicht sein wird, der Vollmond jene ein halbes Jahr vorher oder nachher. Dieses Verfahren liefert deshalb nur grobe Werte für die Sonnenbahn, weil der Mond seinen Umlauf um die Erde nicht in gleicher Bahn vollführt wie die Sonne. Die Mondbahnebene ist gegen die Ebene der scheinbaren Sonnenbahn um ca. 5° geneigt. Folglich steht der Mond zumeist ober- oder unterhalb der Ekliptik und nur wenn er die Ekliptik schneidet, markiert seine Position einen möglichen Sonnenstandort am Himmelszelt. Die zwei Schnittpunkte zwischen Mondbahn und Ekliptik auf der Himmelskugel werden als „Knoten“ bezeichnet. Durchstößt der Mond die ekliptische Ebene in Richtung Norden, so steht er im „aufsteigenden Knoten“, bei seinem Wechsel auf die andere Seite der Ekliptik durchläuft er rund zwei Wochen später den „absteigenden Knoten“. Die Zeichnung 9 verdeutlicht die Lage der Mondbahn und der Knotenlinie im Raum. Die Erde ist nun im Mittelpunkt der Himmelskugel gezeichnet, es handelt sich damit um eine klassische geozentrische Darstellung.

Wegen der Schiefelage der Mondbahn zur Ekliptik kommt es nicht bei jedem Neumond zur Sonnenfinsternis und nicht bei jedem Vollmond zur Mondfinsternis. Nur wenn der Mond in

der Nähe eines Knotens steht, sind Finsternisse möglich. Übertragen in die Sprechweise des Äquatorialsystems heißt dies, dass der Mond das jährliche Pendeln der Sonne zwischen den maximalen Deklinationswerten von $\pm 23,44^\circ$ nicht identisch während seines monatlichen Umlaufs nachahmt, sondern wegen seiner kleinen Schiefelage zur Ekliptik zu etwas anderen Maximalwerten der Deklination hinaufklettert oder hinabsteigt. Übertragen in die Sprechweise des Horizontalsystems heißt dies wiederum, dass der Auf- oder Untergangspunkt des Mondes bereits innerhalb eines Monats zwischen zwei anderen maximalen Azimutalwerten hin- und herpendelt - den sogenannten „Mondwenden“ - als die Sonne in einem Jahr. Folglich bietet die Horizontbeobachtung des Mondes eine Möglichkeit auf seine Lage in Relation zur Ekliptik zurückzuschließen, was für die Erforschung von Finsterniszyklen unerlässlich ist.

Die scheinbare Sonnenbahn

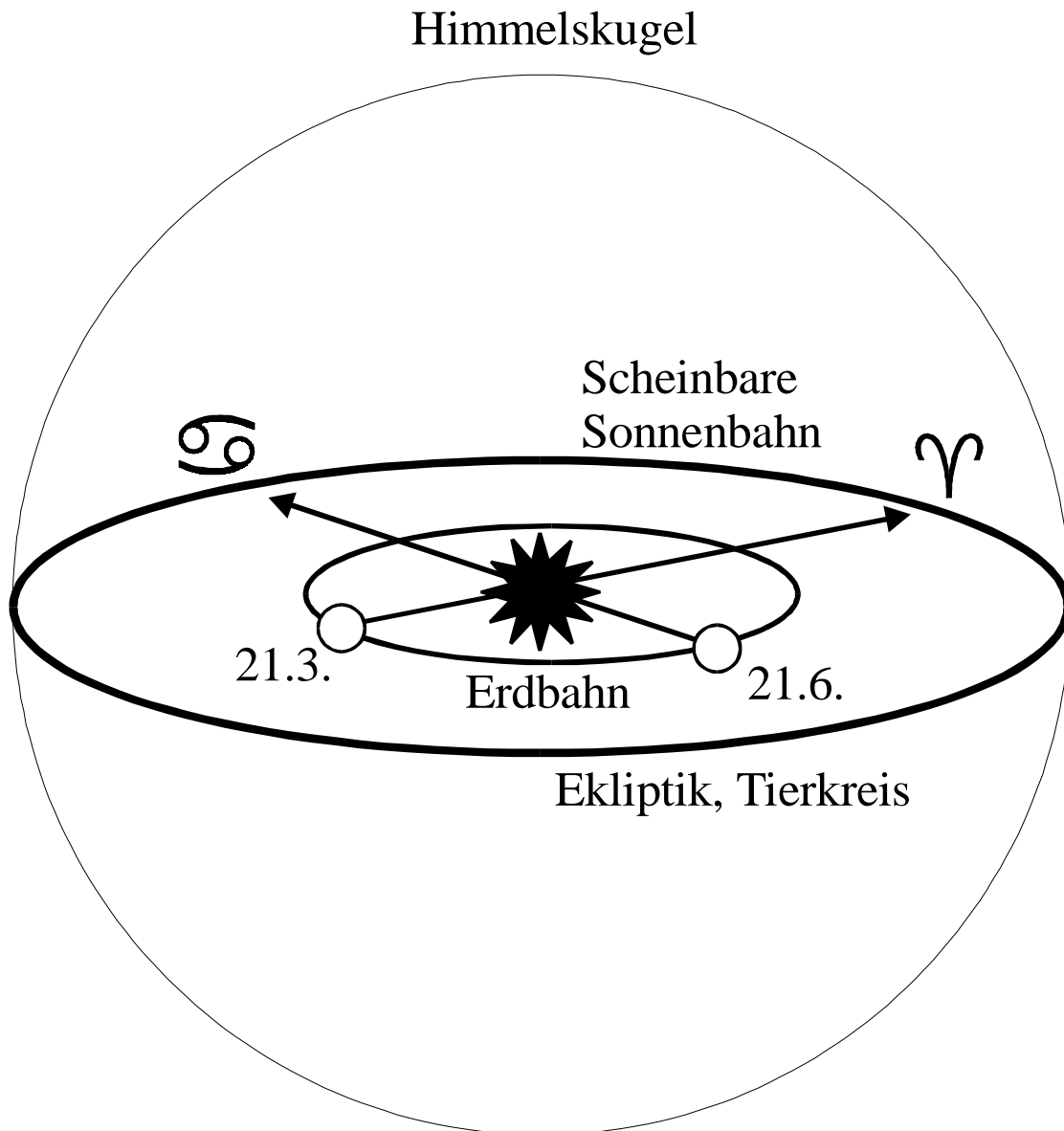


Abbildung 1

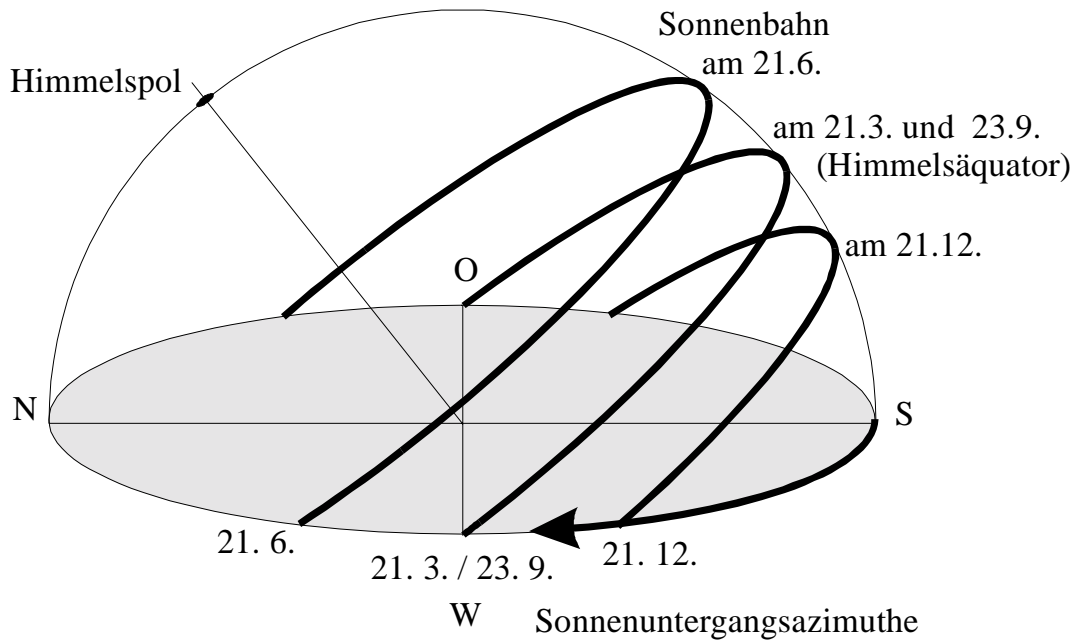
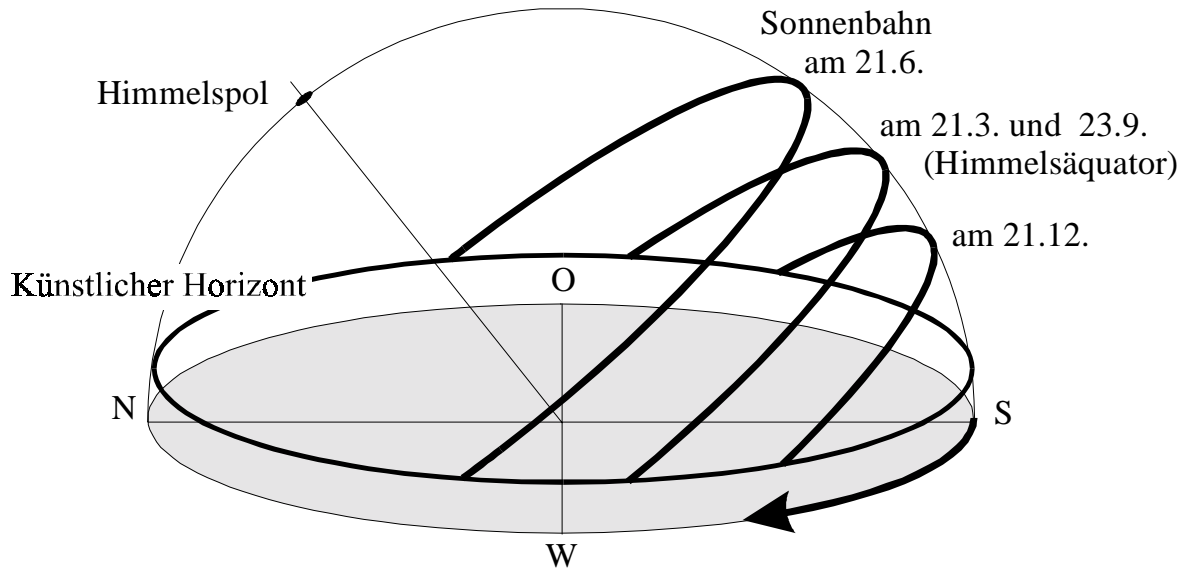
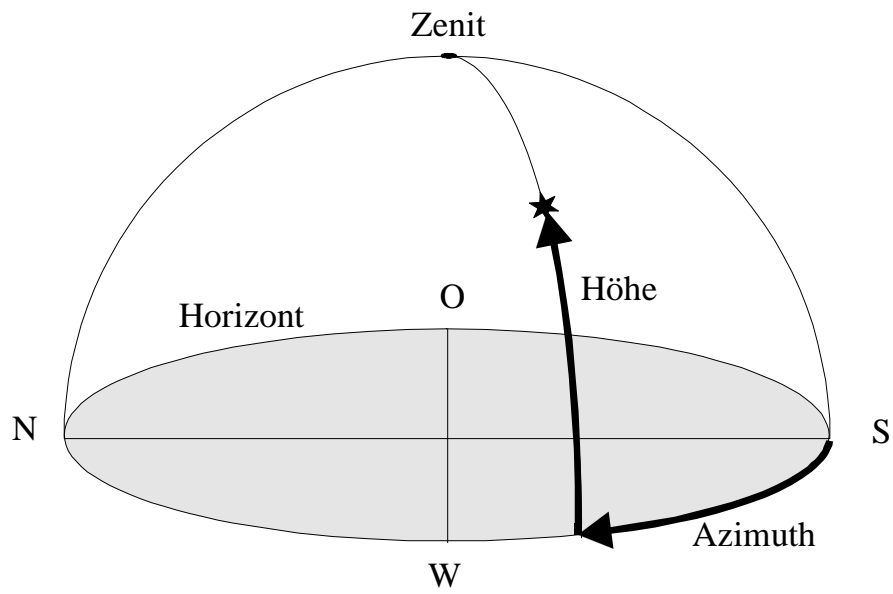


Abbildung 2 a



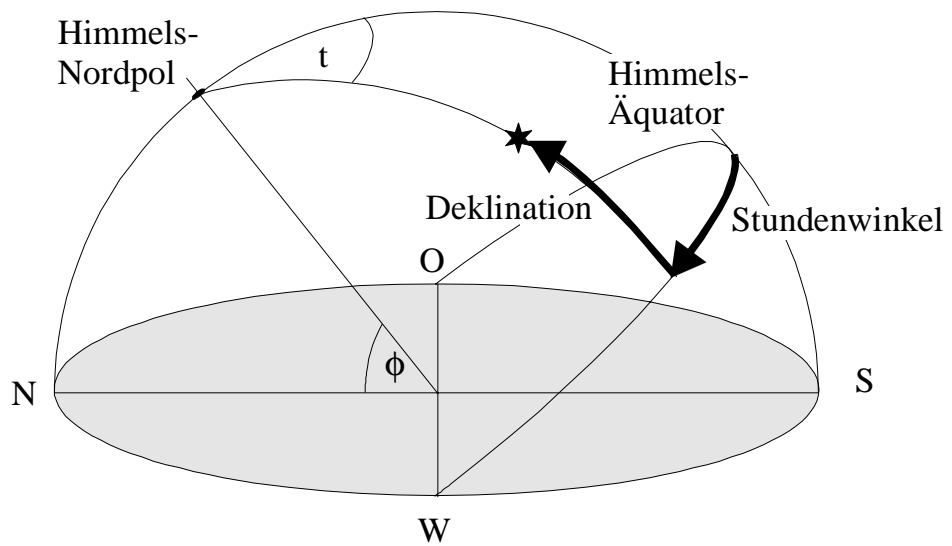
Verlagerung der Sonnenuntergangszimuthe bei einem künstlichen Horizont

Abbildung 2 b



Koordinaten im Horizontsystem: Azimuth und Höhe

Abbildung 3



Koordinaten im Horizontsystem: Stundenwinkel und Deklination

Abbildung 4

Geographische Breite und Polhöhe

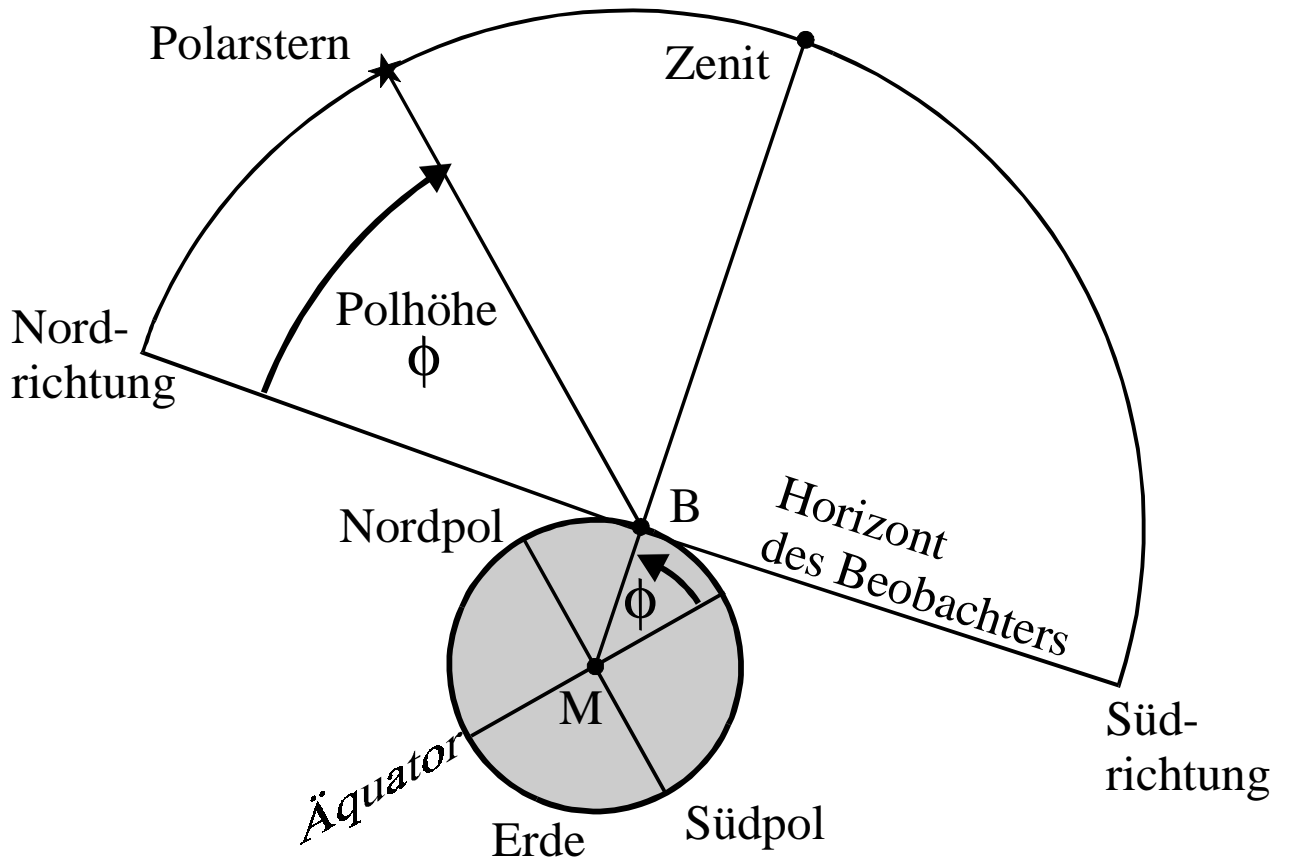
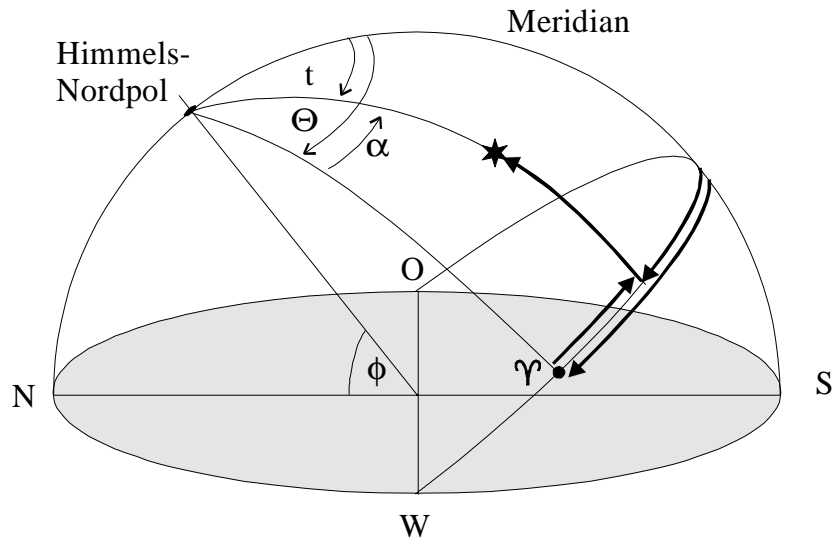


Abbildung 5



Zusammenhang zwischen Sternzeit, Stundenwinkel und Rektaszension

Abbildung 6

Schnitt durch den Himmelsäquator (Polfigur)

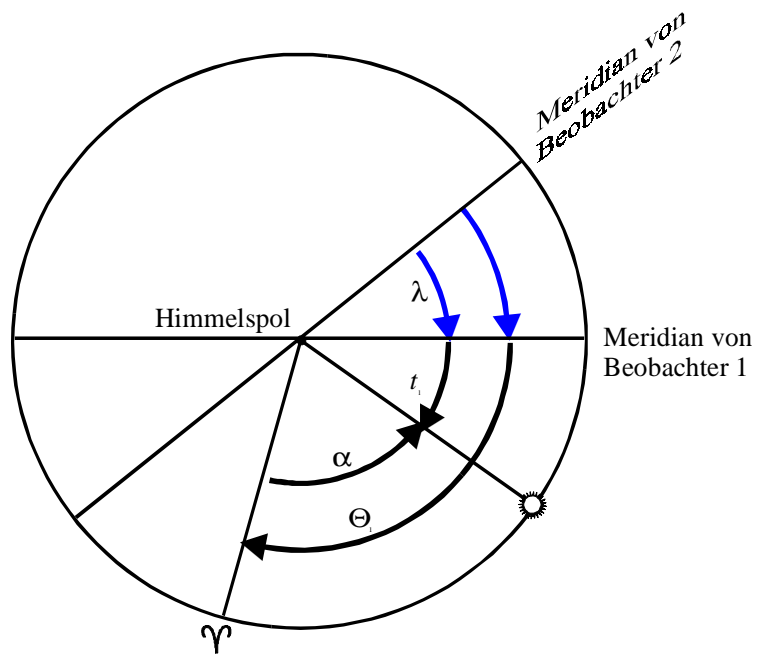


Abbildung 7

Die Lage von Himmelsäquator und Ekliptik

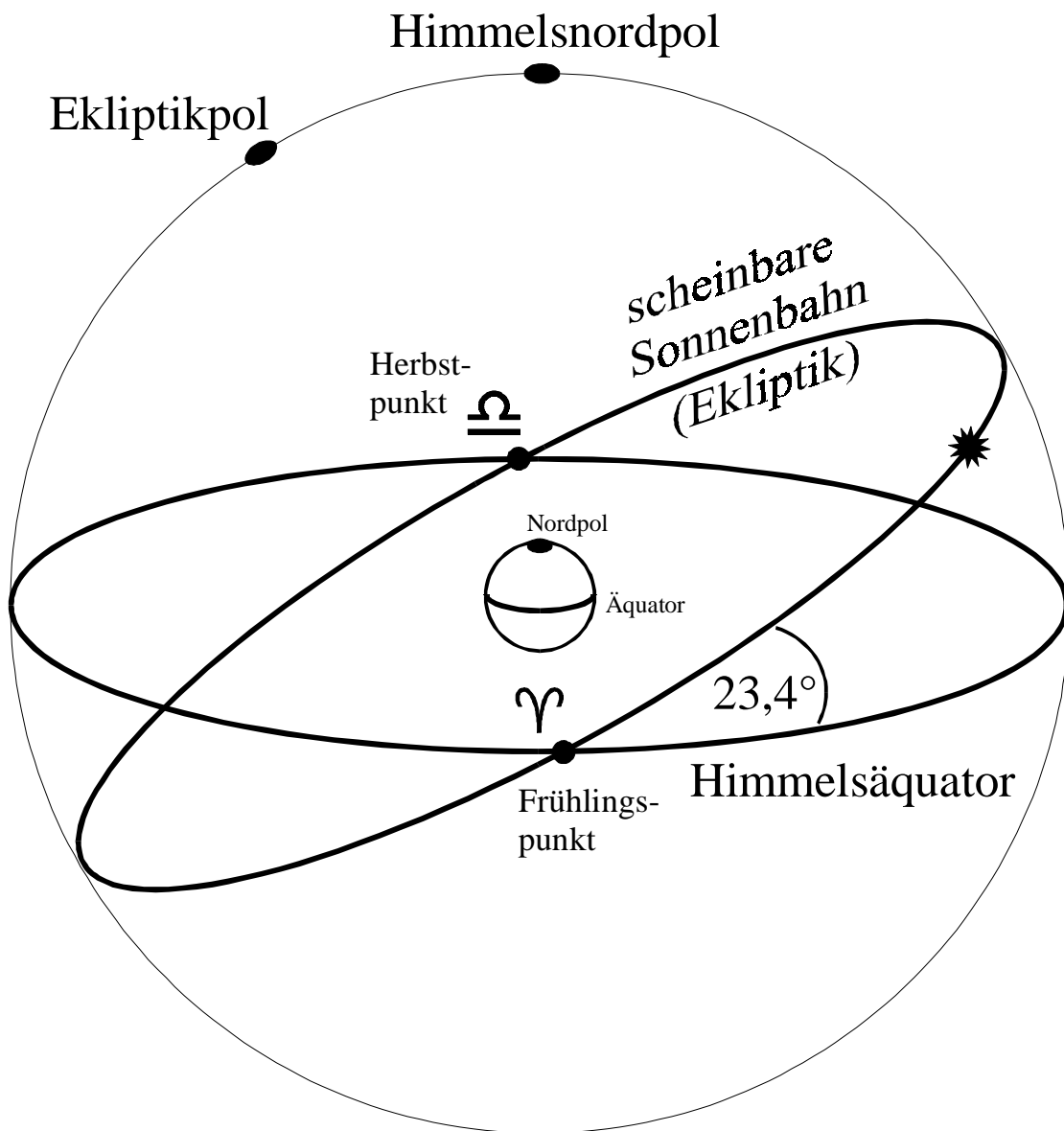


Abbildung 8

Die Lage der scheinbaren Sonnenbahn, der Mondbahn und der Knotenlinie im Raum

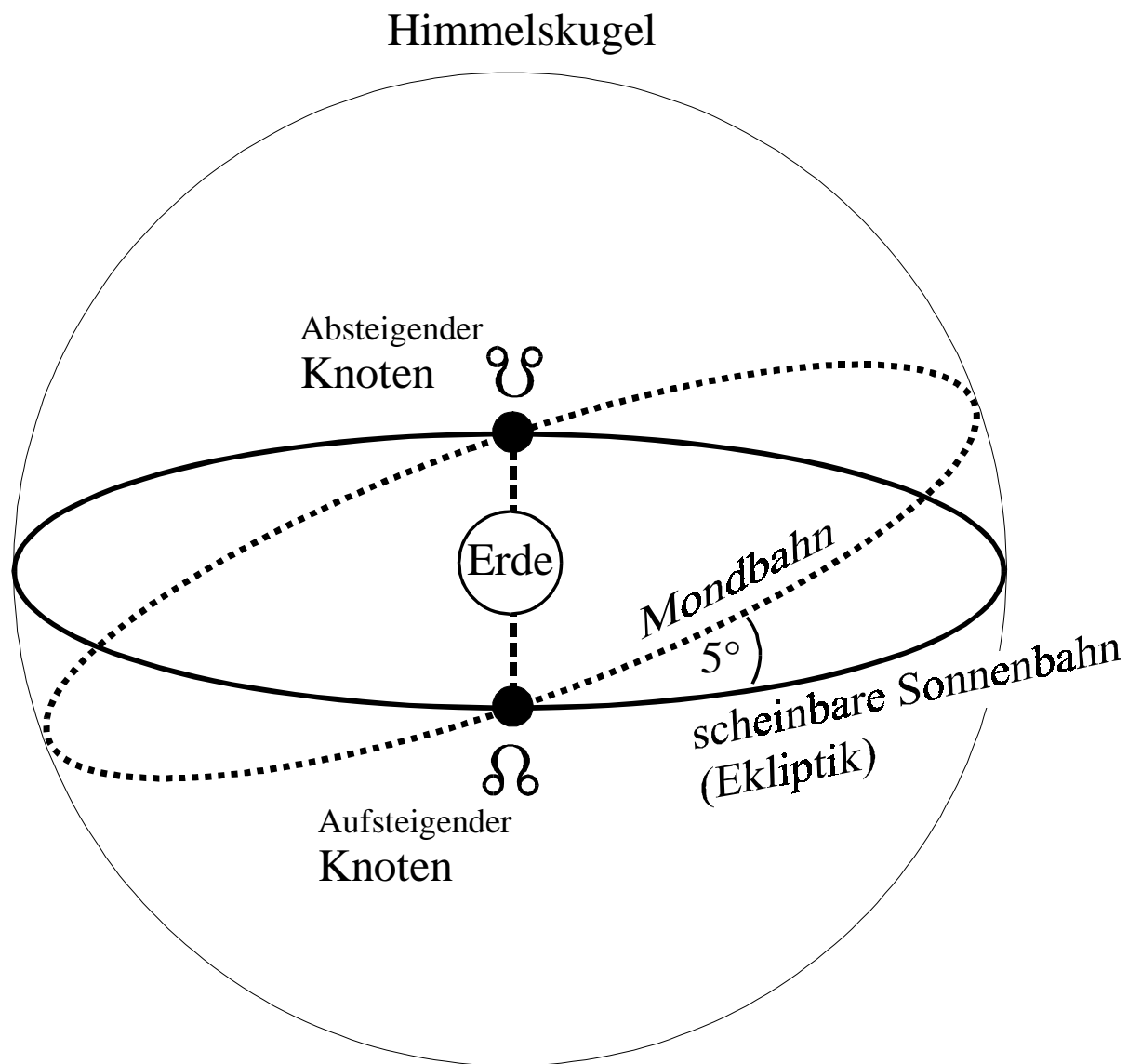


Abbildung 9