

# Die Bestimmung der Mondgröße mit der Webcam als Ruck-Zuck-Astronomieprojekt für den Unterricht

von Burkard Steinrücken, Westfälische Volkssternwarte und Planetarium Recklinghausen

---

Preiswerte Webcams lassen sich auch sinnvoll im Astronomieunterricht einsetzen. In diesem Aufsatz wird ein kleines Projekt zur Bestimmung der veränderlichen Winkelgröße des Mondes vorgestellt. Die Messaufnahmen lassen sich, einmal im Computer gespeichert, mit Bildbearbeitungsprogrammen schnell zu anschaulichen Darstellungen für den Unterricht weiterverarbeiten und auswerten. Ein vielfältiger Projektunterricht unter Einsatz neuer Medien ist möglich. Weil alles schnell vonstatten geht und leicht wiederholt werden kann, ist dieses Projekt ein gutes Beispiel für eine unterrichtstaugliche Ruck-Zuck-Astronomie auf der Basis eigener Beobachtungen.

## Einleitung

Der Mond läuft auf einer komplizierten Bahn um die Erde herum. Vernachlässigt man die zahlreichen Effekte im Dreikörpersystem Sonne, Erde und Mond, die den Mond ständig von einer ungestörten raumfesten keplerschen Ellipsenbahn abbringen, so läßt sich zumindest näherungsweise seine Bahn gut durch eine Ellipse mit einer großen Halbachse von 384 400 km und einer numerischen Exzentrizität von  $\epsilon = 0,0549$  beschreiben.

Der Mond kommt der Erde im Perigäum mit einem Abstand von 363 300 km am nächsten, die Erdferne erreicht er im Apogäum mit 405 500 km.

Mit dem Monddurchmesser von 3474,8 km erhält man eine kleinste bzw. größte Winkeldistanz der „sichtbaren“ Mondscheibe von der Erdmitte von 29,46' bzw. 32,88'. Der vom Erdrand sichtbare Monddurchmesser ist jeweils größer, da der Beobachter um bis zu 6378 km (äquatorialer Erdradius) näher am Mond steht, als der gedachte Beobachter im Geozentrum.

Schon in der Antike hat man die während seines Erdlaufs veränderliche scheinbare Größe des Mondes gemessen. Hipparch verwendete dazu ein Gerät mit einer auf einer Stange verschiebbaren Kreisblende und einer festen Lochblende. Durch die Lochblende wird der Mond anvisiert und die Kreisblende solange verschoben, bis die Mondscheibe gerade vollends dahinter verschwindet. Aus der Entfernung der Kreisblende von der Lochblende lässt sich die Winkelgröße rechnerisch ermitteln, wenn man den Durchmesser der Kreisblende kennt. Auch der Sonnendurchmesser lässt sich auf diese Weise messen. Wegen ihrer großen Helligkeit kann die Sonne ohne Verwendung von Schutzfiltern nur vermessen werden, wenn sie am Horizont steht. Nur dann ist wegen der starken Lichtschwächung entlang des langen Lichtweges in der Atmosphäre der direkte Blick auf die Sonnenscheibe möglich. Allerdings wird ihre Form durch die Lichtbrechung in vertikaler Form stark verändert, so dass der Abgleich des Instruments zur Bestimmung der Winkelgröße anhand des waagerechten Durchmessers erfolgen muss, der von diesem Effekt nicht berührt wird. Diese frühe Tradition der Bestimmung der scheinbaren Größe von Sonne und Mond wurde von Ptolemäus und später auch von arabischen Astronomen fortgeführt. In der Tabelle 1 sind die einige Ergebnisse der historischen Messungen aufgelistet. Die modernen Werte wurden zum Vergleich mit aufgenommen.

## Zur Aufnahmemethode

Die uralte Methode Hipparchs eignet sich auch heute noch zur Bestimmung der Mondgröße im Unterricht. Auch die Sonnengröße wird man damit im Unterricht sicher messen können, wenn man die Sonnenfinsternisbrille mit den aluminiumbedampften Schutzfolien aufsetzt.

Im Zeitalter des Computers und der Bildbearbeitung wird man aber wohl die folgende Methode vorziehen, da sie wegen der im Alltagsleben bereits gut bekannten technischen Hilfsmittel besser geeignet scheint, das Interesse der Schülerinnen und Schüler zu wecken, und weil sie genaue und schnell auswertbare Ergebnisse abwirft, die sich nicht nur für das hier

geschilderte Projekt verwenden lassen, sondern z.B. auch das Studium der Sonnenflecken und der Sonnenrotation wie auch der Libration des Mondes ermöglichen.

Der Messaufbau ist denkbar einfach. Eine Webcam, deren Objektiv sich entfernen lässt, wird hinter einem Teleobjektiv von ca. 200 mm Brennweite angebracht. Dazu ist ein wenig Bastelarbeit nötig. Der richtige Abstand des CCD-Chips der Kamera zur Hauptebene des Objektivs muss gefunden werden, so dass sich das Mondbild mit der Objektivmechanik problemlos scharf stellen lässt.

Mit dem Computer lassen sich nun Einzelbilder oder auch Videofilme des Mondes erstellen. Es empfiehlt sich, die Scharfeinstellung des Bildes bei voll geöffneter Blende vorzunehmen und die Aufnahmen bei möglichst kleiner Blende zu machen. Dadurch werden die Abbildungsfehler des Teleobjektivs, die im wesentlichen von den achsfernen Regionen der Linsen herrühren, stark verringert. Die beim Blendenwechsel veränderten Belichtungsverhältnisse werden von der Belichtungsautomatik der Kamera und der Software zumeist gut ausgeglichen. Bessere Ergebnisse erzielt man aber dennoch durch die manuelle Anpassung der Belichtungszeit mit der Software.

Die Abbildung 1 zeigt die so gewonnene Aufnahme des Mondes in den Abendstunden des 28. 10. 2001. Für die Auswertung und Wiedergabe der Aufnahme ist es ratsam, das Bild mit einer Bildbearbeitungssoftware zu invertieren. Das spart Tinte, wenn man für die Projektion im Unterricht Folienausdrucke von den Messaufnahmen erstellen will. Die Qualität der Aufnahmen hinsichtlich ihrer Auswertbarkeit leidet darunter nicht.

Lädt man die Aufnahmen in ein Grafikprogramm ein, so lässt sich jedem Mondbild schnell ein Kreis anpassen, dessen Durchmesser jeweils ein Maß für die scheinbare Mondgröße und damit die Mondentfernung ist. Die Abbildung 2 zeigt eine kleine Reihe von Testmessungen vom 28. Oktober bis zum 10. November 2001. Hat man eine ganze Messreihe über einen Monat hinweg erstellt, findet man auf diese Weise schnell die kleinsten und größten Monddurchmesser und ihre Kalenderdaten. Durch Beobachtungen in den Folgemonaten lässt sich die Dauer des anomalistischen Monats bestimmen. Das ist die Zeitspanne, die (im Mittel) zwischen zwei Perigäumsdurchgängen verstreicht.

### **Die Eichung des Messverfahrens mit einer Plejadenfotografie**

Zur Bestimmung des Absolutwertes der lunaren Winkelgröße ist die Eichung der Distanzen auf den Messaufnahmen in Winkelgraden erforderlich. Dies geschieht am besten durch die Aufnahme des Sternhaufens der Plejaden, der gut ins Blickfeld passt, wenn die Brennweite so gewählt wurde, dass man annähernd formatfüllende Mondaufnahmen erhält. Die Abbildung 3 zeigt die Plejadenaufnahme, deren Negativdarstellung in der Abbildung 2 in der rechten unteren Ecke zu sehen ist. Eine solche Sternfeldaufnahme ist übrigens auch ein guter Schnelltest für die Güte eines Objektivs. Je kleiner und runder die Sternbildchen sind, desto besser ist die Abbildungsleistung des Linsensystems.

Die Sternkoordinaten der hellen Plejadensterne entnimmt man einem Sternkatalog. Sie sind in der Tabelle 2 für die Epoche 2000 angegeben. Damit erübrigt sich die Anschaffung eines teuren Sternkatalogs, wenn man dieses Projekt selbst durchführen will.

Weil es hier nur auf die relativen Winkeldifferenzen zwischen den Sternen ankommt, ist es unerheblich, aus welcher Epoche die Sternkoordinaten stammen. Nur zur Bestimmung absoluter Sternörter an der Sphäre wäre eine Berücksichtigung der Koordinatenveränderung durch die Präzession erforderlich. Die Eigenbewegung führt innerhalb der kurzen Zeitabstände von nur einigen Jahren zur Katalogeпоche 2000 zu keinen merklichen Veränderungen der Sternörter und kann deshalb vernachlässigt werden.

Zur Eichung der Bilder wird der Winkelabstand einiger Sternpaare berechnet und mit dem Abstand auf der Fotografie verglichen. Der Bildabstand berechnet sich nach dem pythagoräischen Lehrsatz aus den Abständen der Sterne in x- und y-Richtung. Diese Abstände lassen sich in einem Grafikprogramm mit der Maus bestimmen, wenn die Software die Eigenschaft besitzt, die Cursorposition anzuzeigen (z.B. *CorelDraw*). Ansonsten liefert auch der maßstäbliche Ausdruck aller Bilder und Messen mit dem Lineal hinreichend gute Ergebnisse.

Den wahren Winkelabstand  $d$  zweier Sterne an der Sphäre erhält man mit folgender Formel aus der Sphärischen Trigonometrie:

$$\cos d = \sin d_1 \cdot \sin d_2 + \cos d_1 \cdot \cos d_2 \cdot \cos(a_1 - a_2)$$

Die Fotografie ist ein Ausschnitt des Himmels in ebener Zentralprojektion. Wird nur ein kleiner Ausschnitt des Himmels mit einer großen Brennweite aufgenommen, so kann die Abbildung des Sternbildes mit den Winkelverhältnissen an der kugelförmigen Sternensphäre annähernd mit der ebenen Projektion gleichgesetzt werden. Wird die Verzerrung durch die Zentralprojektion hier vernachlässigt, so ist der relative Fehler in der Winkelbestimmung auf dem ca.  $1^\circ \times 1^\circ$  großen Himmelsfeld der Fotografie noch deutlich kleiner als 1 Promille. Man kann also mit guter Genauigkeit die Winkel direkt aus der Zentralprojektion herauslesen.

Die Ergebnisse des Eichverfahrens sind in der Tabelle 3 aufgelistet. Spalte 1 nennt das betrachtete Sternpaar der Plejadenstern (siehe Abb. 2), Spalte 2 gibt den jeweiligen Winkelabstand an und Spalte 3 listet den linearen Abstand der jeweiligen Sterne in der Abbildung 2 auf. In der letzten Spalte ist der Faktor gegeben, der bei der Umrechnung der linearen Sternabstände auf der Fotografie in Winkelabstände anzuwenden ist. Der Mittelwert mit Standardabweichung beträgt  $101,12 \pm 0,04$ . Die gemessenen Monddurchmesser müssen durch diesen Wert geteilt werden, um die Mondgröße in Winkelgraden zu erhalten.

### **Ergebnisse des Testmessungen**

Die Winkeldurchmesser der mit Augenmaß angepassten Kreise werden nun auf bestimmt. Die Ergebnisse der hier beschriebenen Testmessungen findet man in der Tabelle 4.

Die Messung ist etwa auf die Zehntel Bogenminute genau und damit wird neben der monatlich variablen Mondgröße auch die tägliche Veränderung erfassbar, die sich durch die Variation des Abstandes von Mond und Beobachter zwischen Mondauf- bzw. -untergang und Mondhöchststand einstellt. Die tägliche Mondferne ist bei Horizontständen des Mondes gegeben, die größte tägliche Mondnähe bei der Kulmination des Mondes im Süden (siehe Abbildung 4). Im Extremfall, wenn der Mond den Zenit erreicht (in den Tropenregionen der Erde möglich), variiert der Mondabstand im Laufe des viertel Tages um den Erdradius. Bei einer mittleren Mondentfernung von 60 Erdradien beläuft sich dieser Effekt auf ca. 0,5 Bogenminuten in der Veränderung des sichtbaren Monddurchmessers. Erreicht der Mond nicht den Zenit, so ist der globale Maximaleffekt mit dem Sinus der Kulminationshöhe zu versehen, um die Größe des lokalen täglichen Abstandeffektes zu erhalten. (Leider wurde bei den Testaufnahmen nicht die genaue Uhrzeit notiert, so dass eine Auswertung hinsichtlich dieses Effektes, der die Bestimmung der Erdgröße ermöglicht, ausscheidet.)

Hier ist neben dem Nachweis der monatlichen Veränderung und der elliptischen Mondbahn das größte didaktische Potential der Ruck-Zuck-Mondastronomie zu sehen.

Man erreicht eine erstaunliche Genauigkeit mit Hilfe der nach Augenmaß angepassten Kreise!

Die gemessenen Werte werden mit den berechneten Werten der geozentrischen und der topozentrischen Mondgröße verglichen. Die Berechnungen wurden für jeweils zwei Zeitpunkte erstellt, die den tatsächlichen Messzeitpunkt mit Sicherheit einklammern. Verwendet wurde die

Software *The Sky 4.0*. Die Resultate sind in den beiden letzten Spalten der Tabelle 4 eingetragen. Durch Vergleich der jeweils zwei Berechnungsergebnisse erhält man auch einen Eindruck von der Größe des täglichen Effektes.

Zumeist liegen die Messwerte innerhalb der möglichen Spanne. Eine wesentliche Fehlerquelle, die ein Anpassen des Kreises erschwert, ist in dem Doppelbild des Mondes zu sehen, welches entsteht, wenn die Aufnahme durch Doppelglasfenster gemacht wird. Zwischen den Glasscheiben wird das Mondlicht zum Teil gespiegelt und dabei entsteht ein zweites, verschobenes Mondbild geringerer Helligkeit, welches die Identifikation des Randes des ungespiegelten Mondbildes erschwert. Weiterhin verzerrt die Lichtbrechung die Mondscheibe bei Aufnahmen in Horizontnähe, so dass die Anpassung des Kreises an die beleuchtete Rundung fehleranfällig ist.

Legt man Wert auf höchste Genauigkeit, so sollte der Mond also weder durch Fensterglas noch in Horizontnähe aufgenommen werden.

## Tabellen

Tabelle 1: Historische Ergebnisse für den Sonnen- und Monddurchmesser (Quelle: E. Zinner: Die Geschichte der Sternkunde, Verlag Julius Springer, Berlin 1931, S. 96 und S. 289)

	<b>Sonnendurchmesser</b> (topozentrisch)			<b>Monddurchmesser</b> (topozentrisch)		
	kleinster	mittlerer	größter	kleinster	mittlerer	größter
Ptolemaios		31' 20''		31' 20''	33' 20''	35' 20''
Al-Battani	31' 20''	32' 30''	33' 40''	29' 30''	32' 25''	35' 20''
Modern	31' 32''	32' 4''	32' 36''	29' 26''	31' 8''	33' 34''

Tabelle 2: Äquatorialkoordinaten der hellen Plejadensterne (Quelle: Sky Catalogue 2000.0 Vol. 1, ed. A. Hirshfeld & R. W. Sinnott, Sky Publishing Corporation & Cambridge University Press. Cambridge MA 1982)

<b>Stern</b>	<b>Rektaszension</b>	<b>Deklination</b>
16 Tau	3h 44m 48,1s = 56,2004°	24° 17' 22'' = 24,2894°
17 Tau	3h 44m 52,5s = 56,2188°	24° 06' 48'' = 24,1133°
19 Tau	3h 45m 12,4s = 56,3017°	24° 28' 2'' = 24,4672°
20 Tau	3h 45m 49,5s = 56,4563°	24° 22' 4'' = 24,3678°
23 Tau	3h 46m 19,5s = 56,5813°	23° 56' 54'' = 23,9483°
25 – η Tau	3h 47m 29,0s = 56,8708°	24° 6' 18'' = 24,1050°
27 Tau	3h 49m 9,7s = 57,2904°	24° 3' 12'' = 24,0533°
28 Tau	3h 49m 11,1s = 57,2963°	24° 8' 12'' = 24,1367°

Tabelle 3: Eichung des Bildausschnitts mit Hilfe der Plejadensterne

<b>Sternpaar</b>	<b>Winkel- abstand</b>	<b>Sternabstand</b> in Abbildung 2	<b>Stern-/Winkelabstand</b>
16 – 23	0,4868°	49,20	101,06
16 – 27	1,0227°	103,29	100,99
17 – 19	0,3615°	36,66	101,41
17 – 20	0,3341°	33,84	101,30
17 – 23	0,3695°	37,35	101,09
17 – 25	0,5943°	60,17	101,24
19 – 23	0,5781°	58,48	101,17
19 – 25	0,6329°	63,94	101,02
19 – 27	0,9921°	100,22	101,01
20 – 23	0,4348°	43,91	101,99
20 – 25	0,4605°	46,43	101,82
20 – 27	0,8236°	83,20	100,02
23 – 25	0,3075°	31,15	101,31
23 – 27	0,6563°	66,34	101,08
25 – 27	0,3861°	39,09	101,26

Tabelle 4: Gemessene und berechnete Mondgrößen ( $\phi = 51^{\circ}34,2' \text{ N}$ ,  $\lambda = 7^{\circ} 10,3' \text{ O}$ )

<b>Datum</b>	<b>Mond- größe</b>	<b>Topozentrische Mondgröße</b> <i>The Sky 4.0</i>	<b>Geozentrische Mondgröße</b> <i>The Sky 4.0</i>
28. 10. 2001, abends	30,17'	20 MEZ: 29,87' 23 MEZ: 29,92'	29,65' 29,67'
30. 10. 2001, abends	30,38'	20 MEZ: 30,27' 23 MEZ: 30,40'	30,05' 30,07'
31. 10. 2001, abends	30,56'	20 MEZ: 30,50' 23 MEZ: 30,68'	30,30' 30,33'
1. 11. 2001, abends	30,94'	20 MEZ: 30,75' 23 MEZ: 30,95'	30,55' 30,60'
3. 11. 2001, abends	31,18'	20 MEZ: 31,20' 23 MEZ: 31,47'	31,10' 31,13'
5. 11. 2001, abends	31,68'	21 MEZ: 31,68' 23 MEZ: 31,85'	31,62' 31,63'
6. 11. 2001, abends	31,76'	22 MEZ: 31,92' 24 MEZ: 32,10'	31,85' 31,87'
10. 11. 2001, morgens	32,84'	9 MEZ: 32,88' 10 MEZ: 32,87'	32,47' 32,47'

## Abbildungen

Abbildung 1 : Mondaufnahme vom 28. 10. 2001

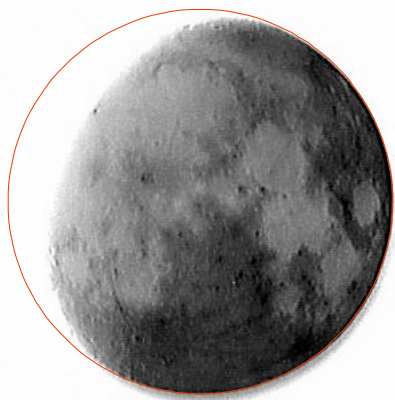
Abbildung 2 : Negativdarstellung der Mondaufnahmen und der Plejadenaufnahme

Abbildung 3 : Plejadenaufnahme

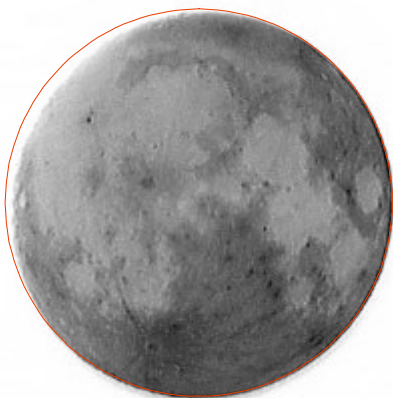
Abbildung 4 : Täglicher Abstandsveränderungseffekt aufgrund der Erddrehung



**Abb. 1**



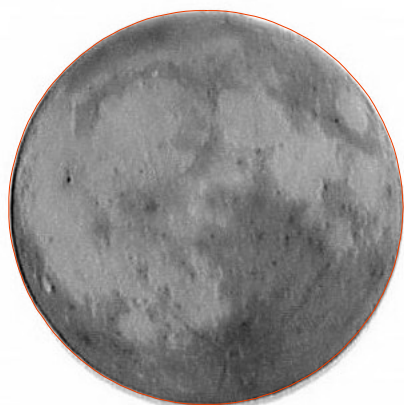
28. 10. 2001



30. 10. 2001



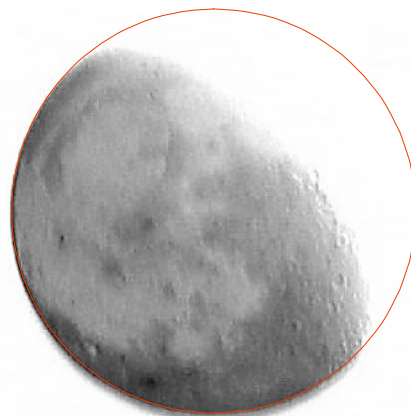
31. 10. 2001



1. 11. 2001



3. 11. 2001



5. 11. 2001



6. 11. 2001



10. 11. 2001

### Monddurchmesser

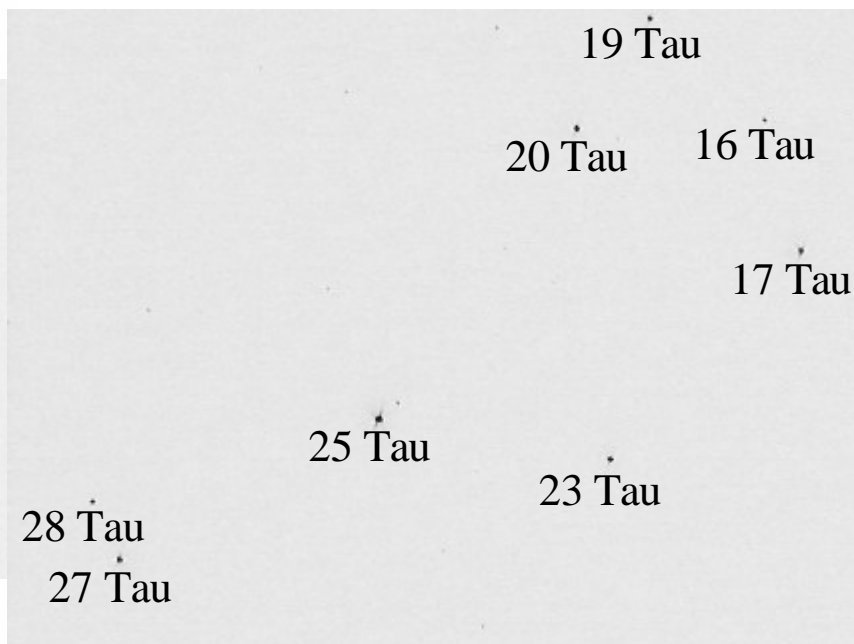
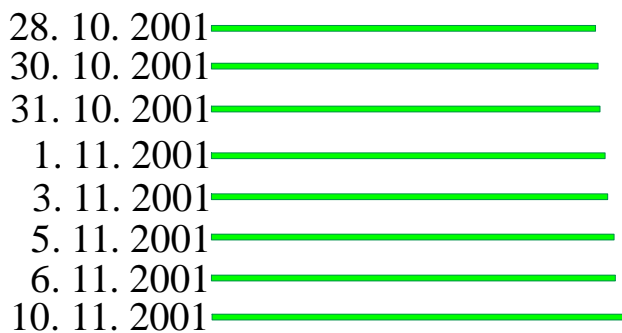


Abb. 2



**Abb. 3**

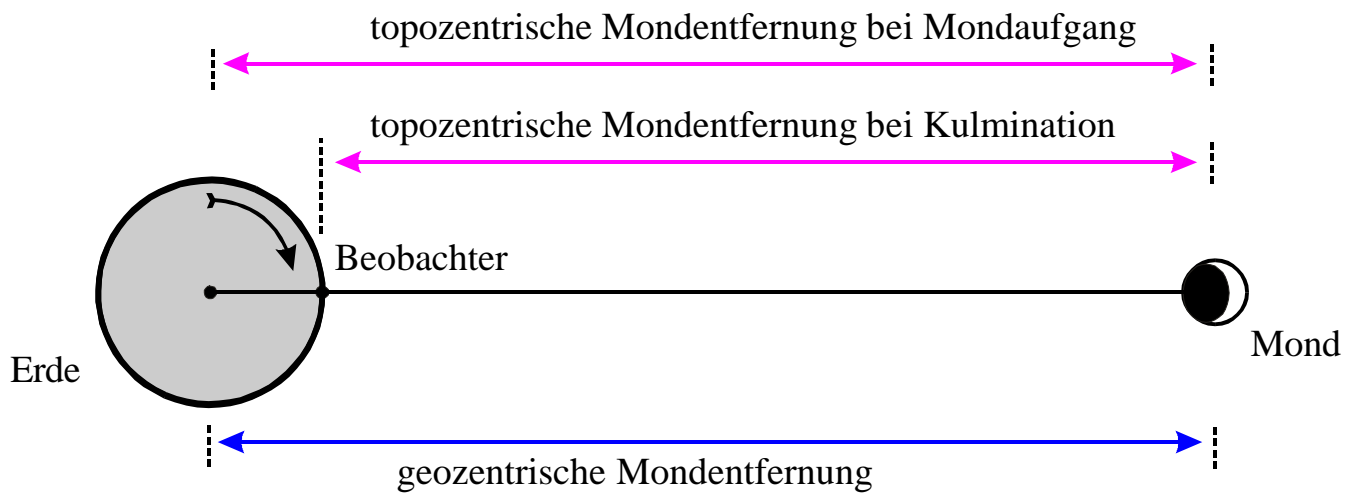


Abbildung 4