

Visuelle Positionsastromie mit einem beleuchteten Jakobsstab

von Burkard Steinrücken, Universität Dortmund

Wer die Bewegung der Planeten und des Mondes an der Himmelskugel studieren will, muss die Koordinaten durch Winkelmessungen bestimmen. In einer Sternwarte geschieht dies bei gegebener Sternzeit durch die Ermittlung von Stundenwinkel und Deklination an den Teilkreisen des parallaktisch montierten Teleskops. Steht kein Teleskop zur Verfügung, so muß man sich anderer Methoden bedienen. Klassische Verfahren der Winkelmessung beruhen auf Meßinstrumenten wie Oktant, Sextant, Astrolabium oder Jakobsstab. Die Handhabung dieser Instrumente muß jedoch erst einstudiert werden, ehe man zu guten Ergebnissen kommt. In dieser Arbeit wird ein selbstgebauter Winkelmesser vorgestellt, der durch die Projektion einer Leuchtskala auf den dunklen Himmelshintergrund eine schnelle und optisch „einleuchtende“ Winkelmessung wie im Planetarium ermöglicht. Damit lassen sich viele Entdeckungen der klassischen Astronomie wie Planetengeschwindigkeiten und -schleifen, Mondknotenlage und Mondbahn selber auch am Stadthimmel ohne großen Instrumentenaufwand selber machen. Die Genauigkeit dieses visuellen Freihand-Verfahrens liegt bei ca. $\frac{1}{2}$ Grad.

1. Einführung

Viele astronomische Erscheinungen, die schon in der Antike bekannt waren, sind auch heute noch als Beobachtungsprojekte für Einsatz in der Schule oder einer astronomischen Arbeitsgemeinschaft interessant und reizvoll.

Im modernen Multimedia-Zeitalter fehlt es leider an Zeit und Geduld und dunklen Nächten für astronomische Messungen, für die womöglich erst noch günstige Beobachtungsorte mit einem klaren Sternenhimmel aufgesucht werden müssen.

Oft werden wichtige Zusammenhänge nur noch durch Lehrbuchstudium oder Computer- und Planetariumssimulation erfahren. Wenn hier Abhilfe geschaffen werden soll, müssen astronomische Experimente, die in Schulen oder Arbeitskreisen durchführbar sind, einfach und instruktiv konzipiert sein und rasch zu Ergebnissen führen, die ohne großen Instrumentenaufwand die Grundzüge des himmlischen Geschehens offenlegen helfen. Denn erst durch den Vergleich mit eigenen Beobachtungsergebnissen (wenn auch mit eingeschränkter Genauigkeit) erhält die Computersimulation des Planetenlaufs und die Berechnung der Ephemeriden, die ja gerne angewendet wird, ohne sich der astronomischen und mathematischen Grundlagen bewußt zu sein, ein festes Standbein in der Realität.

2. Messverfahren und Auswertung

Ein Punkt der Sphäre ist eindeutig bestimmt, wenn seine Winkeldistanz zu drei Sternen bekannter Lage gemessen wird. Wird um jeden der drei Bezugssterne ein Kreis mit der gemessenen Winkeldistanz gezogen, so schneiden sich alle drei Kreise in nur einem Punkt. In der Praxis wird man sich aber mit Distanzmessungen zu zwei Sternen begnügen können, da der zweite, „leere“ Schnittpunkt der nunmehr nur zwei Kreise schnell ausgeschlossen werden kann, wenn man die grobe Orientierung des Meßpunktes zu den zwei Bezugssternen berücksichtigt (Abb. 1).

Die zwei Bezugspunkte und der Messpunkt bilden die Ecken eines sphärischen Dreiecks aus Großkreissegmenten, für das die Winkelbeziehungen der sphärischen Trigonometrie gelten:

Sinussatz der sphärischen Geometrie:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Kosinussätze der sphärischen Geometrie:

$$\cos A = \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a - \cos B \cdot \cos C$$

$$\cos a = \cos A \cdot \sin b \cdot \sin c + \cos b \cdot \cos c$$

Ein solches Dreieck ist in der Abbildung 2 dargestellt. Bei seiner Anwendung in der Astronomie sind die Seiten und Winkel mit den astronomischen Koordinaten zu identifizieren. Ziel ist die Bestimmung der Äquatorialkoordinaten *Rektaszension* α und *Deklination* δ des Meßpunktes für den Eintrag der gemessenen Position in eine Sternkarte. Wählt man als Bezugspunkte helle Fixsterne in der Nähe der Ekliptik, deren Koordinaten bekannt sind, so läßt sich durch ein Verfahren, das in der Folge beschrieben wird, die Rektaszension und Deklination des Meßpunktes bestimmen. Schon die babylonischen Astronomen gaben die Planetenörter durch die Distanz zu hellen, ekliptiknahen Eichsternen an. Insofern begibt man sich auf historisches Terrain, wenn man diese Vorgehensweise wählt.

Die Äquatorialkoordinaten unserer Eichsterne 1 und 2 seien δ_1 und α_1 , bzw. δ_2 und α_2 (Abb. 3). Ihr Winkelabstand auf dem Großkreis, der diese Sterne miteinander verbindet, berechnet sich aus

$$\cos d = \sin \delta_1 \cdot \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cdot \cos \delta_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Man erhält diese Beziehung, wenn man den ersten Kosinussatz auf das sphärische Dreieck anwendet, welches aus den zwei Eichsternen und dem Himmelspol gebildet wird und A mit $(\alpha_2 - \alpha_1)$, b mit $(90^\circ - \delta_2)$ und c mit $(90^\circ - \delta_1)$ identifiziert. Dieses Dreieck nennen wir in der Folge „Eichdreieck“ (Abbildung 4). Es ist durch die Koordinaten δ_1 und α_1 , bzw. δ_2 und α_2 vollständig bestimmt. Die Seiten $(90^\circ - \delta_1)$ und $(90^\circ - \delta_2)$ schließen am Himmelspol den Winkel $\Delta\alpha$ ein, der sich aus der Differenz der zwei Eichstern-Rektaszensionen berechnet. Für unseren Zweck von Bedeutung ist der Winkel γ , der sich mit Hilfe des Sinussatzes der sphärischen Trigonometrie bestimmen läßt:

$$\sin \gamma = \frac{\sin \Delta\alpha \cdot \sin(90^\circ - \delta_2)}{\sin d} = \frac{\sin \Delta\alpha \cdot \cos \delta_2}{\sin d}$$

Die Distanzen d_1 und d_2 des Messpunktes zu den Eichsternen 1 und 2 werden mit dem Winkelmesser am Sternenhimmel gemessen. Da die Eichsterne hell sind (Magnitudo $1^m - 3^m$), ist eine Anwendung am Stadthimmel, wo Sterne der vierten Größenklasse oft schon nicht mehr sichtbar sind, trotzdem problemlos möglich. Die drei Seiten d_1 , d_2 und d des sphärischen Dreiecks mit den Eckpunkten 1, 2 und M (siehe Abbildung 3 und 5) sind mithin bekannt (die Fehlerbetrachtung erfolgt später) und die von den Seiten eingeschlossenen Winkel γ und ϵ' lassen sich daraus berechnen. Für uns ist der Winkel γ von Interesse.

$$\cos \gamma' = \frac{\cos d_2 - \cos d_1 \cdot \cos d}{\sin d_1 \cdot \sin d}$$

Bei der Berechnung fand wieder der erste Kosinussatz Anwendung. Das „Messdreieck“ ist nun ausgewertet. Es muß in einem weiteren Auswerteschritt an das Eichdreieck angeschlossen werden.

Da die Äquatorialkoordinaten des Messpunktes gesucht sind, muß ein geeignetes sphärisches Dreieck gefunden werden, welches diese enthält, aber auch durch eine hinreichende Anzahl bekannter Seiten oder Winkel vollständig bestimmt ist. Ein solches Dreieck ist gegeben durch

die drei Punkte Eichstern 1, Himmelspol P und Messpunkt M (siehe Abbildung 6). Es besteht aus den Seiten $(90^\circ - \delta_1)$, $(90^\circ - \delta)$ und d_1 . Zwei der Winkel sind $(\alpha_1 - \alpha)$ und $(\gamma'' = \gamma \pm \gamma')$.

An dieser Stelle besitzt das Verfahren einen mathematischen Fallstrick, der sich durch die Mehrdeutigkeiten bei der Kombination des Messdreiecks mit dem Eichdreieck einschleicht. Denn auch das an der Seite d gespiegelte Messdreieck ist möglich und ebenso das Kombinationsdreieck, welches sich durch Spiegelung an der Seite $(90^\circ - \delta_1)$ ergibt. Alle diese Mehrdeutigkeiten durch Rechnung auszuschließen, oder ggf. weitere Eichsterne zum Vergleich hinzuzuziehen, wird aber nicht nötig sein, wenn man sich über die grobe Gestalt der Gestirnskonstellation im Klaren ist, und vor der Rechnung eine Zeichnung der Dreiecke anfertigt. Erleichtert wird die Überblicksbetrachtung, wenn man Eichsterne wählt, die sowohl in Rektaszension als auch in Deklination jeweils einen deutlichen Unterschied zum Meßpunkt aufweisen. Dann werden die Dreiecke nicht allzu spitz und ein Ausschluß der Nebendeutungsmöglichkeiten ist leicht. Hat man das Verfahren erst einmal erfolgreich durchgespielt, so kann man z.B. einen Planeten bei seiner Wanderung immer in Bezug zu den einmal gewählten Eichsternen beobachten und die Auswertung wird zur Routine.

Zunächst bestimmt man die Deklination δ des Messpunktes durch Anwendung des ersten Kosinussatzes auf das Kombinationsdreieck:

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ - \delta_1) \cdot \cos d_1 + \sin(90^\circ - \delta_1) \cdot \sin d_1 \cdot \cos \gamma''$$

\Leftrightarrow

$$\sin \delta = \sin \delta_1 \cdot \cos d_1 + \cos \delta_1 \cdot \sin d_1 \cdot \cos \gamma''$$

Zum Abschluss erfolgt die Bestimmung von $(\alpha_1 - \alpha)$ und daraus letztlich α durch Zuhilfenahme des Sinussatzes:

$$\sin(\alpha_1 - \alpha) = \frac{\sin d_1}{\sin(90^\circ - \delta)} \cdot \sin \gamma'' = \frac{\sin d_1}{\cos \delta} \cdot \sin \gamma''$$

$$\Rightarrow \alpha = \alpha_1 - (\alpha_1 - \alpha)$$

Damit hat man den gesuchten Koordinatensatz α und δ gefunden. Natürlich ist er mit Fehlern behaftet, die auf das Messgerät und den Messvorgang zurückzuführen sind. Eine mühselige Verfolgung der einzelnen Meßfehler durch die Auswerteprozedur unter Anwendung der Fehlerfortpflanzungsgesetze wollen wir uns hier ersparen.

Stattdessen kann man mit Hilfe der gefundenen Position Distanzen zu weiteren Eichsternen nach $\cos d = \sin \delta_1 \cdot \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cdot \cos \delta_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$ berechnen und anschließend mit dem Messwert vergleichen. Auf diese Weise wird man sich schnell ein gutes Bild über die Größe des Fehlers machen können. Er liegt im Bereich von 10 bis 20 Bogenminuten, was etwa einem halben Monddurchmesser entspricht. Das Bild der Leuchtdioden unseres beleuchteten Jakobsstabs erreicht ebenfalls etwa Mondgröße und für eine genauere Messung ist die Teilung der Skala, die konstruktionsbedingt in etwa festliegt (siehe unten), ohnehin nicht genau genug. Weiterhin läßt das unvermeidliches Wackeln bei der Freihandbeobachtung übersteigerte Genauigkeitsanprüche unrealistisch erscheinen. Dennoch ist die Genauigkeit für eine Koordinatenbestimmung, die visuell und freihändig erfolgt, erstaunlich gut, und viele Einzelheiten der Mond- und Planetenbewegung sind damit erfaßbar. Tycho Brahe, der die visuelle Positionsastonomie gegen Ende des 16. Jahrhunderts perfektionierte, erreichte mit den Mauerquadranten und Armillarsphären seiner Sternwarte Uraniborg auf der Ostseeinsel Hven die theoretisch mögliche Grenze von 1 bis 2 Bogenminuten. Kleinere Winkeldistanzen vermag das Auge nicht mehr zu unterscheiden.

Das geschilderte Auswerteverfahren ist in der Abbildung 7 in Form eines Flussdiagrammes gezeichnet. Es ermöglicht die rasche und häufige Berechnung von Planetenposition aus Beobachtungsdaten, wenn sich das Eichdreieck nicht ändert. Der Vorgang ist exemplarisch an einer Positionsmessung des Jupiters durchgespielt, die am 5. 9. 1999 um 1.00 MESZ erfolgte. Die Eichsterne waren α Ceti (*Menkar*) und α Arietis (*Hamal*).

3. Der beleuchtete Jakobsstab - Anleitung zum Selbstbau

Nachdem die Methode und das Auswertungsschema vorliegt, muss das Messinstrument nach diesen Vorgaben konstruiert werden. Damit immer genügend Eichsterne längs der Ekliptik beobachtbar sind, sollte der Winkelmessbereich bei ca. 30° liegen. Die Leuchtskala muss an die Sterne „angelegt“ werden können und gleichzeitig mit ihnen scharf beobachtbar sein. Deshalb muss sie deutlich weiter entfernt sein als der Nahpunkt des menschlichen Sehens mit ca. 25 cm Augenabstand. Daraus ergibt sich die etwaige Größe von 40 cm x 50 cm und das Instrument ähnelt in seinen Abmessungen - natürlich! - einem Jakobsstab, mit dem im Altertum visuelle Winkelmessungen durchgeführt wurde. Die Skala wird durch Leuchtdioden (Durchmesser 3mm) erzeugt, die in gleichmässigen Abständen von 5,08 mm (entspricht 0,2 Zoll) auf eine lange schmale Platine gelötet werden. Jede zehnte Leuchtdiode erhält eine andere Farbe (z.B. grün), ebenso jede fünfte (z.B. gelb; die Einer sind rot). Das erleichtert das Ablesen sehr. Die Leuchtdioden werden alle mit einem strombegrenzenden Widerstand von 470 Ohm gegen 0-9 Volt Gleichspannung parallel geschaltet. Ein Spannungsteiler aus einem Potentiometer ermöglicht eine stufenlose Regelung der Helligkeit. Die Kette besteht aus rund 60 Leuchtdioden und im Betrieb bei typischen 5 Volt fließt ein Strom von ca. 600 mA durch den Spannungsteiler. Das entspricht einer Leistung von rund 3 Watt. Der spannungsteilende Potentiometerwiderstand muß dementsprechend ausgelegt sein. Bewährt hat sich ein Potentiometer mit 1 kOhm und 4 Watt. Als Spannungsquelle für den nächtlichen Dauerbetrieb bietet sich ein Bleiakku aus dem Elektronikgeschäft an.

Die fertige Leuchtdiodenzeile wird in ein Aluminium-U-Profil (im Baumarkt erhältlich) eingepaßt, so dass sie darin verschwindet. Damit die Skala am Sternenhimmel erscheint, wird über der offenen Seite des U-Profiles ein schmales Fenster unter einem Winkel von 45° montiert. Der Blick durchs Fenster ermöglicht die Beobachtung des Sternenhimmels, während das Licht der Leuchtdiodenzeile durch die Reflektion am schrägen Glasfenster zusätzlich ins Auge des Beobachters gelenkt wird. Das Glasfenster kann aus klaren Dia-Scheibchen hergestellt werden, die mit Kompositkleber auf einem Aluminiumrahmen befestigt werden. Die Leuchteinheit ist nun komplett. Sie muss durch ein Gestänge in einen definierten Abstand zum Auge gebracht werden. Dazu wird eine M8-Gewindestange von 1 Meter Länge in zwei gleiche Teilstücke zersägt. Die Teilstangen werden mit einem Verbindungsstück an die Enden der Leuchteinheit angebracht. Die freien Enden werden mit einem Aluminiumblech (Stärke ca. 5 mm) fest verbunden, so dass die Gewindestangen zum Beobachtungspunkt hin zulaufen. Das Instrument erhält so ein trapezförmiges Aussehen (Abb. 8). Der Aluminiumstreifen ist der Träger für ein rundes Beobachtungsfenster mit ca. 5 cm Durchmesser, welches aus einem runden Metallstück besteht, das in der Mitte des Trägers angeschraubt wird. Dieses Rundfenster, durch das der Einblick auf die ganze Skala möglich sein muss, wird bei der Beobachtung am Auge, bzw. an Augenbraue oder Stirn angesetzt. Deshalb sollte der Metallring noch mit Gummi oder Kork beklebt werden. Bevor alle Teile zusammengesetzt und verschraubt werden, zwei Holzgriffe mit 8 mm-Längsbohrung nicht vergessen! Sie werden den Gewindestangen übergezogen und mit Muttern an geeigneter Stelle fixiert, so dass ein bequemes Halten und Beobachten möglich ist. Je leichter der beleuchtete Jakobsstab

wird, desto besser. Bei den Messungen muss er später über den Kopf gehoben werden, was auf die Dauer sehr ermüdend sein kann. Umso mehr wird man erfreut sein, daß die Leuchtskala, die nun am Himmel erscheint, schon nach kurzer Eingewöhnung ein rasches Ablesen der Sterndistanzen in „Skalenteilen“ (Anzahl der Leuchtdioden zwischen zwei Sternen) ermöglicht. Ein wenig Übung erfordert das „Anlegen“ der Skala an die Sterne. Rasch erzielt man die nötigen Fortschritte bis man schließlich meint, man befände sich in einem riesigen Planetarium, wo die Projektion von Skalen an den künstlichen Sternenhimmel vorgeführt wird.

4. Die Eichung der Skala

Für die Ermittlung der Winkeldistanzen muss die Skala noch geeicht werden. Dazu misst man die Distanz d zwischen den bekannten Eichsternen in Skalenteilen und vergleicht mit dem rechnerisch ermittelten Wert. Es ist ratsam, viele Eichsterndistanzen zu messen, die den gesamten Messbereich des Instruments überdecken. Die Wertepaare werden auf Millimeterpapier aufgetragen und durch eine Gerade miteinander verbunden. Es zeigt sich, daß fast alle Punkte innerhalb der Meßgenauigkeit (ca. $\frac{1}{2}$ Skalenteil) auf einer Geraden liegen, und erst bei großen Winkeldistanzen kleine Abweichungen auftreten, die aber niemals 1° übersteigen. Die Leuchtskala ist eine gerade Konstruktion und verläuft nicht auf einem Kreisbogen, auf dem allein gleiche Skalenteile auch gleichen Winkeldistanzen entsprächen. Je größer die Winkeldistanz am Sternenhimmel, desto mehr wirkt sich dieser systematische Fehler aus. Er lässt sich rechnerisch mit Hilfe der Tangensfunktion korrigieren, da bei jeder Messung auch die genaue Messgeometrie erfaßt werden kann. Der maximale Winkelbereich ist durch die Geometrie des Instrumentes begrenzt, und so kann der systematische Fehler konstruktionsbedingt nicht zu groß werden. Es zeigt sich, daß er bei Winkeln bis zu 20° innerhalb der Meßgenauigkeit bleibt. Ist die Skala erst einmal mit Hilfe der Eichsterne geeicht, so läßt sich jeder Messwert in Skalenteilen augenblicklich in Winkeldistanzen ausdrücken.

5. Ein Aspekt der Augenoptik

Ein interessanter Nebenaspekt ist nun die Möglichkeit der Bestimmung des genauen Beobachtungsabstandes S , der in die Meßgeometrie eingeht (Abb. 8). Die Basislänge Augenskala ist ja vorab nicht bekannt. Welche Distanz ist hier relevant? Ist es der Abstand zwischen der Skala und dem Beobachtungsfenster, oder der Hornhaut, der Pupille, der Augenlinse oder der Netzhaut des Beobachters? Die physikalischen Lehrbücher schweigen sich hierzu aus. Die Ergebnisse der Eichung ermöglichen eine experimentelle Bestimmung der relevanten Basislänge. Aus der Eichkurve entnimmt man den Quotienten „Skalenteile/Winkelgrad“ (bei dem hier beschriebenen Instrument $1,85$ SKT/Grad). Jeder Skalenteil entspricht einer Länge von $5,08$ mm auf der Platine (Abstand zwischen übernächsten Löchern auf jeder handelsüblichen Platine). Nach $1,85 \cdot 5,08 \text{ mm} / \tan 1^\circ$ ergibt sich eine etwaige Basislänge S von 54 cm. Die Baulänge zwischen dem Vorderrand des Sehloches und der Leuchtdiodenzeile, bzw. der Reflektionsstelle, die ja angepeilt wird, beträgt hier $48,7$ cm. Bei der typischen Beobachtungshaltung läßt sich ferner ein Abstand von rund $1,7$ cm zwischen Sehloch und Hornhaut ermitteln. Folglich ragt der wahre Ausgangspunkt der Beobachtung noch $3,6$ cm ins Auge hinein. Berücksichtigt man die einzelnen Messfehler, die sich hier anhäufen, so ist der wahre Ausgangspunkt zwischen 3 und 4 cm tief im Auge anzusetzen; gemessen von der Vorderkante der Hornhaut. Damit landet man auf der Netzhaut. Allerdings ist dies ein Wert, der von Mensch zu Mensch variieren kann. Möglich und sinnvoll wäre hier

eine größere Messreihe mit mehreren Personen um höhere Gewißheit über die Aussagekraft des hier geschilderten Verfahrens zu erhalten. Zurück zur astronomischen Zielsetzung.

6. Projekte und Ergebnisse

Beobachtung des Planetenlaufs und das Testen von Planetentheorien

Im Herbst und Winter 1999/2000 stehen die beiden Riesenplaneten Jupiter und Saturn im Sternbild des Widders. Jupiter durchläuft in ca. einem Jahr eine Winkeldistanz von 30° , Saturn legt in dieser Zeit eine Strecke von rund 12° entlang der Ekliptik zurück. Im Frühjahr 2000 wird der Jupiter den Saturn eingeholt haben. Das allerdings wird nicht mehr beobachtbar sein, weil die Sonne dann auch in jener Himmelsregion steht und die Szenerie überstrahlt.

Die Wanderung von Jupiter und Saturn wurde durch Positionsbestimmung mit dem Jakobsstab am Himmel verfolgt. Wegen der Meßgenauigkeit von ca. 20 Bogenminuten war zu erwarten, daß der Jupiter alle 1-2 Wochen ($30^\circ/52$ Wochen = $0,6^\circ$ pro Woche) eine merkliche Strecke zurücklegt. Saturn ist wesentlich langsamer ($12^\circ/52$ Wochen = $0,2^\circ$), so daß seine Lageveränderung erst nach 3 bis 4 Wochen nachweisbar sein sollte. Diese Prognosen wurden durch die Beobachtung bestätigt.

Für die Positionsbestimmung konnten jeweils die gleichen Eichsterne gewählt und über den Beobachtungszeitraum beibehalten werden. Es waren *Hamal*, der Hauptstern des Widders (lat. *Aries*) und *Menkar*, der α -Stern des Sternbildes Walfisch (lat. *Cetus*).

Die beobachteten Positionen wurden in eine Sternkarte eingetragen (Abb. 9). Die Sternkarte entstammt dem *Cambridge Star Atlas, 2nd Edition*, von *Will Tirion*. Dort sind alle Sterne bis zur sechsten Größenklasse eingetragen, und somit ist der Atlas für die visuelle Astronomie ohne Verwendung lichtsammelnder Ferngläser ideal, denn das menschliche Auge kann Sterne, die schwächer als die sechste Größenklasse sind, nicht mehr erkennen.

Die Größe der Ergebnispunkte verdeutlichen den Meßfehler. Die Rückläufigkeit der beiden Riesenplaneten, der Umkehrpunkt, und die Winkelgeschwindigkeiten während der Oppositionsphase konnten mit guter Genauigkeit bestimmt werden.

Ein Vergleich mit computerberechneten Ephemeriden zeigt eine völlige Übereinstimmung zwischen der Simulation und der Beobachtungsrealität innerhalb der Genauigkeitsgrenzen.

Fazit: Man bewegt sich mit dem beschriebenen Verfahren im Möglichkeitsbereich der klassischen Astronomie zur Zeit des Ptolemäus. Damals waren die Diskrepanzen zwischen den mit der Epizykeltheorie berechneten Planetenpositionen und der Realität, die sich bis auf einige Grade belaufen konnten, gut bekannt. Mit dem beleuchteten Jakobsstab kann man also klassische Planetentheorien gut testen.

Bestimmung der Lage der Mondbahnknoten

Die Sonnenfinsternis vom 11. August 1999 hat das Interesse breiter Kreise wieder auf die Möglichkeit der Finsternisvorhersage und die Eigentümlichkeiten des Mondlaufs gelenkt. Mond- oder Sonnenfinsternisse treten ein, wenn der Voll- oder Neumond auf der scheinbaren Sonnenbahn, der Ekliptik, steht. Die Mondbahn schneidet die Ekliptik in zwei Punkten. Man nennt sie „Knoten“. Sie haben keine physikalische Realität, sondern sind abstrakte Punkte am Himmelsgewölbe, die die relative Orientierung zweier sich schneidender Bahnebenen festlegen. Wo liegen die Knoten der Mondbahn und wie verändert sich ihre Lage? Dieses Kenntnis ist unerlässlich für die Diskussion der Regelmäßigkeit der Finsternisse. Die Knoten bewegen sich in 18,61 Jahren entgegen der Richtung des Mondlaufs um die ganze Ekliptik herum. In einem Lichtmonat (29,53059 Tage) führt die rückläufige Bewegung der Knoten zu einer Lageveränderung von rund $1,6^\circ$ auf der Ekliptik. Dies ist mit dem beleuchteten

Jakobsstab prinzipiell erfassbar, wenn es gelingt, in aufeinanderfolgenden Nächten die Mondposition zu vermessen, die Messpunkte sinnvoll zu verbinden und in darauffolgenden Monaten zu überprüfen, ob die Mondpositionen bei erneuten Passieren dieser Himmelsregion aufgrund der Knotenverlagerung von der Ausgleichsline abweichen.

Allerdings ist der Messfehler bei Mondmessungen größer als bei den Stern- oder Planetenbeobachtungen, denn wegen der Größe und Helligkeit des Mondbildes läßt sich der Skalenwert nicht so gut ermitteln. Außerdem überstrahlt der Mond Sterne in seiner unmittelbaren Nähe, so dass die Distanzmessungen nur bei Sternen mit ca. 20 bis 30 Grad Winkelabstand durchgeführt werden können. Darunter leidet die Genauigkeit der Messung. Schließlich erreicht man eine Messgenauigkeit von ca. 30 bis 40 Bogenminuten. Das liegt im Bereich der Höhenparallaxe des Mondes, die in Horizontnähe fast 1° erreicht. Hier eröffnet sich die Möglichkeit, aus einer Messreihe mit vielen Mondpositionen und somit guter Statistik selbstbestimmte topozentrische Mondpositionen mit berechneten geozentrischen zu vergleichen, und daraus die Höhenparallaxe und schließlich den Abstand des Mondes von der Erde zu ermitteln.

Eine weitere Fehlerquelle bei der Bestimmung der geozentrischen Mondbahn ist die große Distanz der experimentell ermittelten Stützstellen, da ja nur von Nacht zu Nacht gemessen werden kann. In 24 Stunden legt der Mond aber rund 12° am Himmel zurück, und die Messpunkte liegen deshalb weit auseinander, was die Genauigkeit des Ausgleichsverfahrens nach Augenmass einschränkt. Versucht man auf diese Weise, die Mondbahn durch Eintrag der Stützstellen in die Sternkarte grafisch zu ermitteln, so kann der zeichnerisch erhaltene Schnittpunkt mit der Ekliptik (der Mondknoten) stark vom richtigen Wert abweichen.

7. Didaktisches Fazit

Ein großer Vorteil der in dieser Arbeit beschriebenen Methode gegenüber der Bestimmung der Planetenpositionen mit Sternkarte und Fernglas ist die strikte Trennung von Beobachtung und Auswertung. Die Auswertung kann im Unterricht oder Arbeitskreis anhand fingierter Messungen mit Millimeterpapier auf dem Himmelsglobus geübt werden. Ist das Verfahren erst einmal verstanden, läßt es sich auch anhand des Flussdiagramms der Abbildung 7 schnell in ein Computerprogramm umsetzen.

Die abendliche Beobachtung stellt ganz andere Anforderungen. Gefragt sind Körperhaltung und -beherrschung, und von intellektuellen Problemstellungen ist sie nahezu befreit. Nach kurzem Üben kann die Messung von allen Personen schnell durchgeführt werden. Die Auswertung erfolgt wieder am Tage.

Demgegenüber ist die Fernglasbeobachtung mit ihrem ständigen Vergleichen der im Fernglas sichtbaren Sterne mit denen der Sternkarte, bis man den Himmelsausschnitt identifiziert hat und die Planetenposition durch Schätzung ermitteln kann, sehr mühsam, erfordert hohe Konzentration in Beobachtung und Auswertung, und ist daher nicht so gut für die gleichzeitige Durchführung mit mehreren Personen geeignet.

Sphärische Dreiecke aus Großkreissegmenten

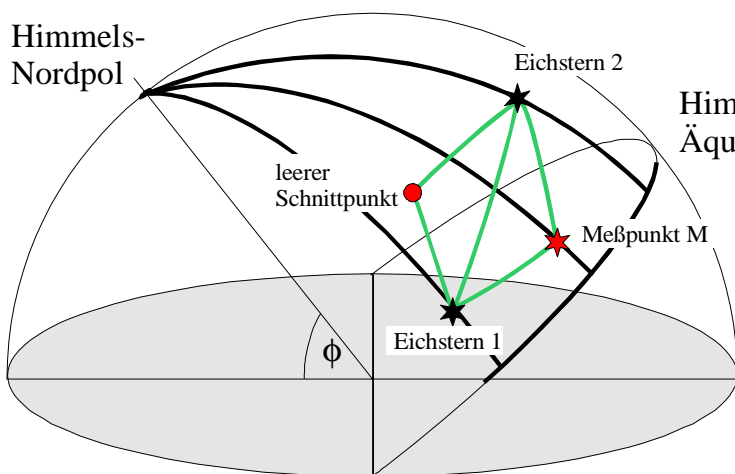


Abbildung 1

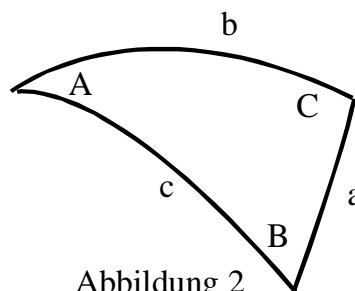


Abbildung 2

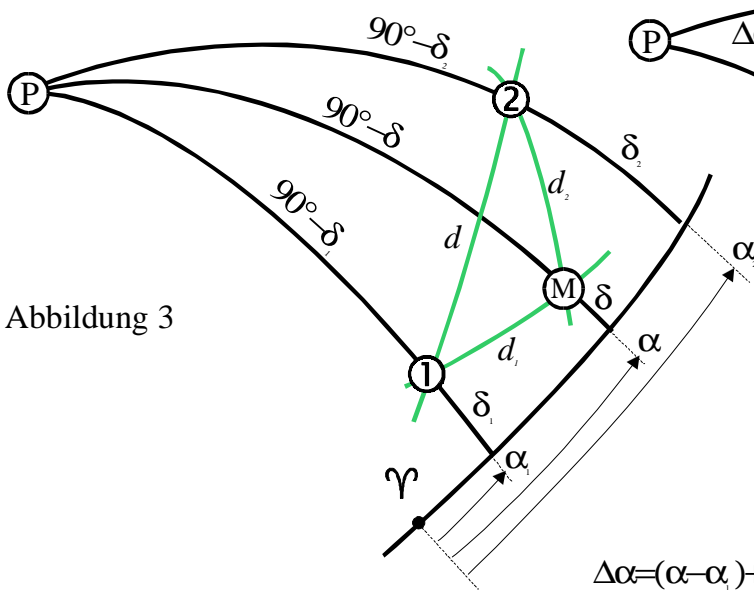


Abbildung 3

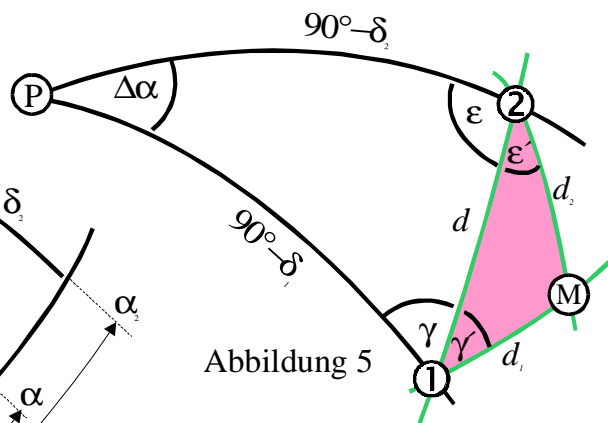


Abbildung 5

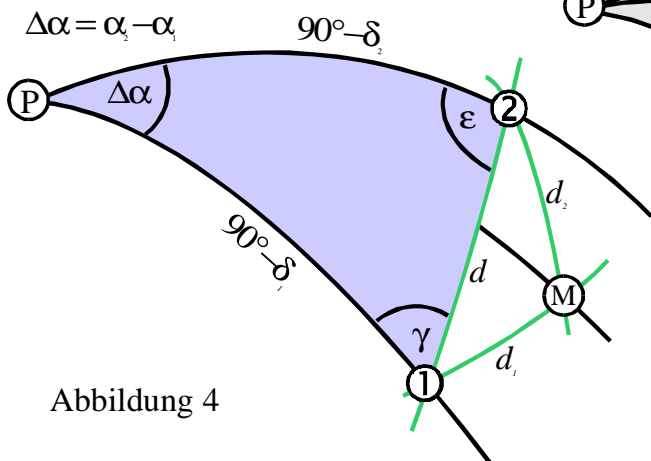


Abbildung 4

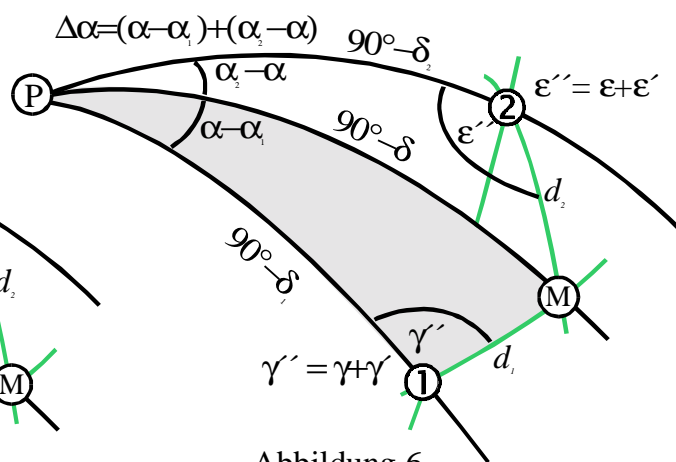


Abbildung 6

Flussdiagramm für die Auswertung der Messungen

Eichdreieck ① ②		Meßdreieck ① ② ③	
	α	δ	
Eichstern 1: α Ceti (Menkar)	3h02m17s = 45,57°	+4,08°	Abstand zu Eichstern 1: $d_1 = 14,2^\circ$
Eichstern 2: α Arietis (Hamal)	2h07m10s = 31,79°	+23,47°	Abstand zu Eichstern 2: $d_2 = 11,8^\circ$
$\cos d = \sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos(\Delta\alpha)$ $d = 23,52^\circ$		$d = 23,52^\circ$	
$\sin \gamma = \cos \delta_2 \sin(\Delta\alpha) / \sin d$ $\gamma = 33,20^\circ$		$\cos \gamma' = (\cos d_2 - \cos d_1 \cos d) / (\sin d_1 \sin d)$ $\gamma' = 23,22^\circ$	



Kombinationsdreieck aus ① ② und ③ ?	
Entscheidung: $\gamma'' = \gamma + \gamma'$ oder $\gamma'' = \gamma - \gamma'$ $\gamma'' = 33,20^\circ + 23,22^\circ = 56,42^\circ$	
$\sin \delta = \sin \delta_1 \cos d_1 + \cos \delta_1 \sin d_1 \cos \gamma''$ $\delta = 11,79^\circ$	
$\sin(\alpha_1 - \alpha_2) = \sin d_1 \sin \gamma'' / \cos \delta$ $(\alpha_1 - \alpha_2) = 12,05^\circ$ $\alpha = \alpha_2 - (\alpha_1 - \alpha_2) = 33,52^\circ = 2h14m05s$	
Ergebnis:	Jupiter am 5.9.1999
Deklination	$\delta = 11,79^\circ$
Rektaszension	$\alpha = 2h14m05s$
	Computerberechnung: $\delta = 11,49^\circ$ $\alpha = 2h12m54s$

Abbildung 7

Skizze des Winkelmessers

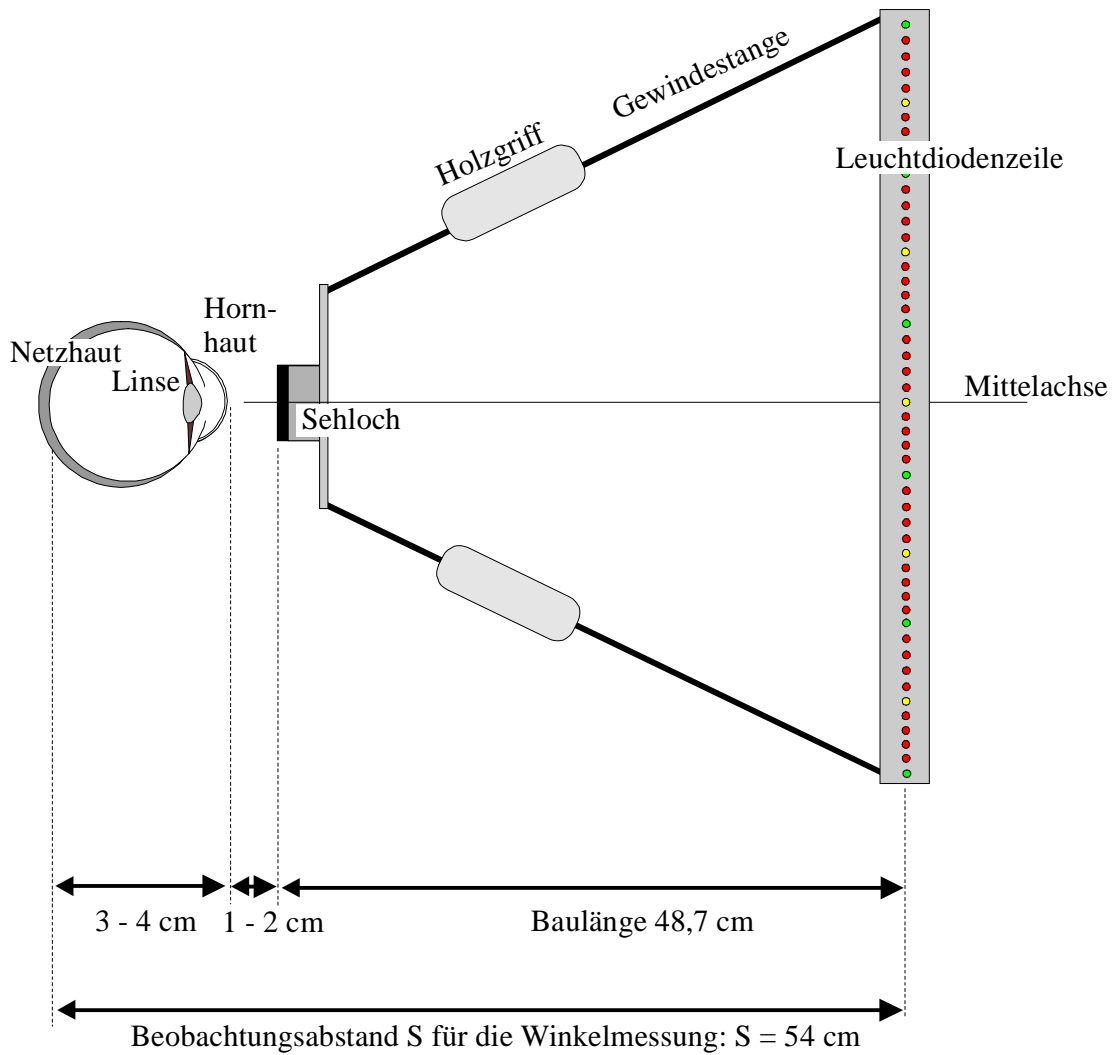


Abbildung 8

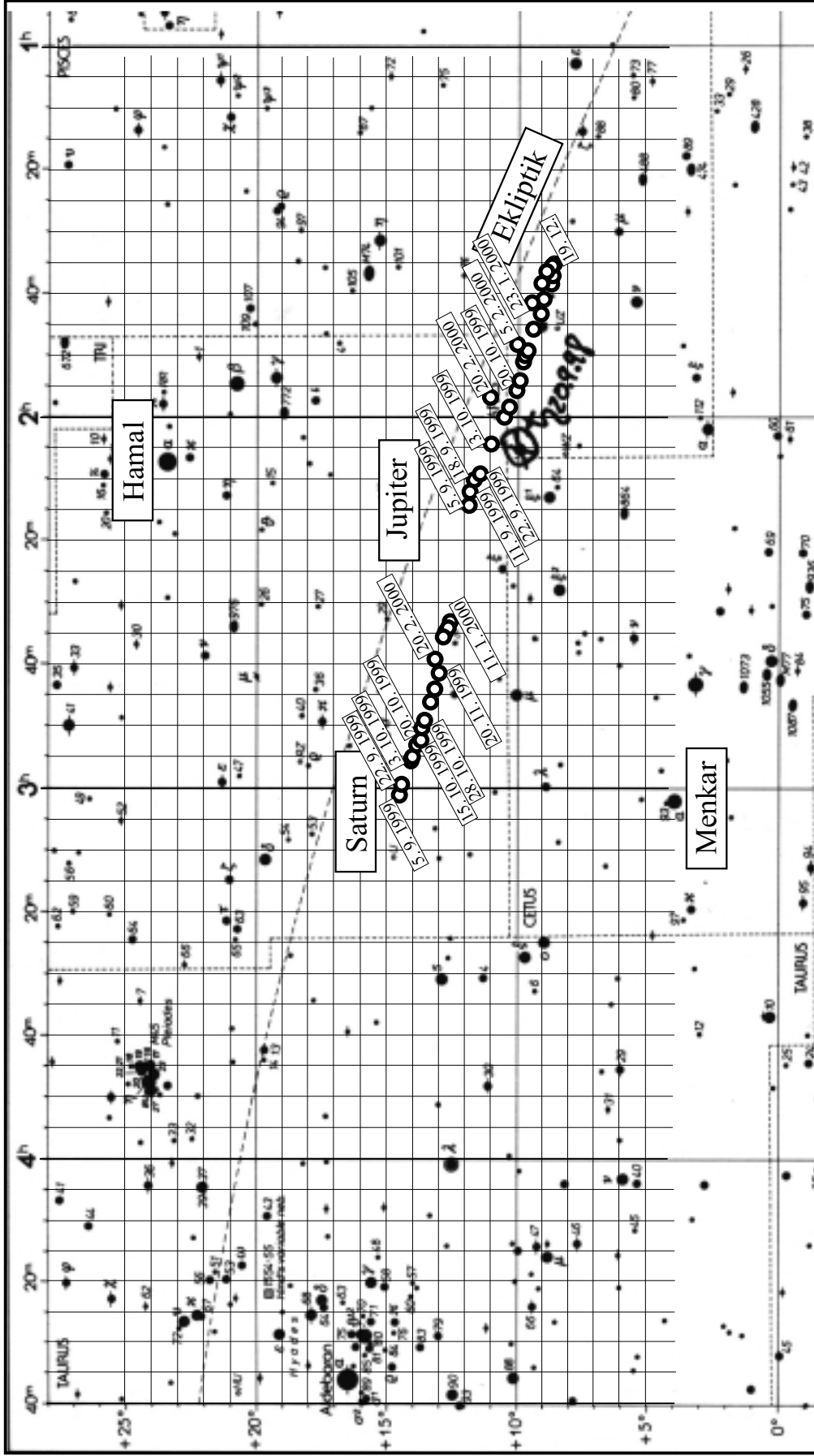


Abbildung 9